Je Mensa plná hlupáků?

Jiří Bouchala

VŠB TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA | FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY | KATEDRA APLIKOVANÉ MATEMATIKY

10. 10. 2024

Celostátní konference učitelů matematiky středních škol

Brno

Definice.

<u>Posloupností</u> (přesněji: posloupností reálných čísel)

Definice.

<u>Posloupností</u> (přesněji: posloupností reálných čísel) rozumíme každou funkci, jejímž definičním oborem je množina $\mathbb{N}$.

Definice.

<u>Posloupností</u> (přesněji: posloupností reálných čísel) rozumíme každou funkci, jejímž definičním oborem je množina $\mathbb{N}$.

Posloupnost, která každému $n \in \mathbb{N}$ přiřazuje číslo $a_n \in \mathbb{R}$ (a_n ... tzv. <u>n-tý člen posloupnosti</u>), budeme zapisovat některým z následujících způsobů:

- $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \ldots$;
- (a_n);

Definice.

<u>Posloupností</u> (přesněji: posloupností reálných čísel) rozumíme každou funkci, jejímž definičním oborem je množina $\mathbb{N}$.

Posloupnost, která každému $n \in \mathbb{N}$ přiřazuje číslo $a_n \in \mathbb{R}$ (a_n ... tzv. <u>n-tý člen posloupnosti</u>), budeme zapisovat některým z následujících způsobů:

- $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \ldots$;
- (a_n);
- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Definice.

<u>Posloupností</u> (přesněji: posloupností reálných čísel) rozumíme každou funkci, jejímž definičním oborem je množina $\mathbb{N}$.

Posloupnost, která každému $n \in \mathbb{N}$ přiřazuje číslo $a_n \in \mathbb{R}$ (a_n ... tzv. <u>n-tý člen posloupnosti</u>), budeme zapisovat některým z následujících způsobů:

- $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \dots$;
- (a_n);
- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Pozor!

$$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \neq \{a_n : \ n \in \mathbb{N}\} \quad \dots \text{ \underline{obor hodnot posloupnosti}.}$$

Příklady posloupností.

Příklady posloupností.

- 1729,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ;

Příklady posloupností.

- $1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ \ldots; \ a_n := 1729$

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N} : \; a_{n+1} = a_n$.

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- 1,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, …; $a_n := 1729$

  … <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4,

Příklady posloupností.

- $1729, \; 1729, \; 1729, \; 1729, \; 1729, \; \ldots;\ a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- $1, \; 2, \; 3, \; 4, \; 5, \; \ldots;$

Příklady posloupností.

- $1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ \ldots;\ a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+1} = a_n$.

- $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots;\ a_n := n$

Příklady posloupností.

- $1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ \ldots; \ a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \ldots; \ a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost,

Příklady posloupností.

- $1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad \ldots; \; a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- $1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \quad 5, \quad \ldots; \; a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\forall n \in \mathbb{N})\,(\exists \delta \in \mathbb{R}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

Příklady posloupností.

- $1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad \ldots; \; a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \;\; a_{n+1} = a_n$.

- $1, \;\; 2, \;\; 3, \;\; 4, \;\; 5, \;\; \ldots; \; a_n := n$

  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\forall n \in \mathbb{N})\,(\exists \delta \in \mathbb{R}): \;\; a_{n+1} = a_n + \delta$.

  Výše uvedené platí pro každou posloupnost, např. pro $1, \; 0, \; 3, \; -3, \; 17, \; \ldots$.

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3,

Příklady posloupností.

- $1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ \ldots; \ a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \ldots; \ a_n := n$

  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \ 9,$

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, $\ldots$; $a_n := 1729$

  $\ldots$ konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, $\ldots$; $a_n := n$

  $\ldots$ aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81, 243,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$

Příklady posloupností.

- $1729, \; 1729, \; 1729, \; 1729, \; 1729, \; \ldots; \; a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.
- $1, \; 2, \; 3, \; 4, \; 5, \; \ldots; \; a_n := n$

  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.
- $3, \; 9, \; 27, \; 81, \; 243, \; \ldots; \quad a_n := 3^n$

  ... <u>geometrická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$

  ... <u>geometrická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.

- 2,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$

  ... <u>geometrická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$

  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, . . . ; $a_n := n$

  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81, 243, . . . ; $a_n := 3^n$

  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = qa_n$.

- 2, 3, 5,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$

  ... <u>geometrická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R}) (\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R}) (\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13,

Příklady posloupností.

- $1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ \ldots;\ a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+1} = a_n$.

- $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots;\ a_n := n$

  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}):\ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3,\ 9,\ 27,\ 81,\ 243,\ \ldots;\ a_n := 3^n$

  ... <u>geometrická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}):\ a_{n+1} = qa_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,

Příklady posloupností.

- $1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ \ldots; \ a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \ldots; \ a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \ 9, \ 27, \ 81, \ 243, \ \ldots; \ a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = qa_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, …; $a_n := 1729$

  … konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, …; $a_n := n$

  … aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81, 243, …; $a_n := 3^n$

  … geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = qa_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$

  ... <u>geometrická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29,

Příklady posloupností.

- $1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ \dots; \ a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \dots; \ a_n := n$

  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \ 9, \ 27, \ 81, \ 243, \ \dots; \ a_n := 3^n$

  ... <u>geometrická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31,

Příklady posloupností.

- $1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ \ldots;\ a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+1} = a_n$.
- $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots;\ a_n := n$

  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}):\ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- $3,\ 9,\ 27,\ 81,\ 243,\ \ldots;\ a_n := 3^n$

  ... <u>geometrická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}):\ a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = qa_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$
  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$
  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$
  ... <u>geometrická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43,

Příklady posloupností.

- $1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ \ldots;\ a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+1} = a_n$.

- $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots;\ a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}):\ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3,\ 9,\ 27,\ 81,\ 243,\ \ldots;\ a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}):\ a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

Příklady posloupností.

- $1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ \dots;\ a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+1} = a_n$.

- $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \dots;\ a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}):\ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3,\ 9,\ 27,\ 81,\ 243,\ \dots;\ a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}):\ a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

  ... posloupnost všech prvočísel.

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, . . . ; $a_n := n$
  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, . . . ; $a_n := 3^n$
  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = qa_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .
  . . . posloupnost všech prvočísel.
- 3,

Příklady posloupností.

- $1729, \; 1729, \; 1729, \; 1729, \; 1729, \; \ldots; \; a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- $1, \; 2, \; 3, \; 4, \; 5, \; \ldots; \; a_n := n$

  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \; 9, \; 27, \; 81, \; 243, \; \ldots; \; a_n := 3^n$

  ... <u>geometrická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = qa_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

  ... posloupnost všech <u>prvočísel</u>.

- 3, 5,

Příklady posloupností.

- $1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ \ldots; \ a_n := 1729$
  … konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \ldots; \ a_n := n$
  … aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- $3, \ 9, \ 27, \ 81, \ 243, \ \ldots; \ a_n := 3^n$
  … geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, …
  … posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5,

Příklady posloupností.

- $1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad \ldots; \; a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- $1, \; 2, \; 3, \; 4, \; 5, \; \ldots; \; a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \; 9, \; 27, \; 81, \; 243, \; \ldots; \quad a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
  ... posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$
  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$
  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$
  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
  ... posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, . . . ; $a_n := n$
  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, . . . ; $a_n := 3^n$
  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .
  . . . posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13,

Příklady posloupností.

- $1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad \ldots; \; a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \;\; a_{n+1} = a_n$.

- $1, \;\; 2, \;\; 3, \;\; 4, \;\; 5, \;\; \ldots; \; a_n := n$

  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\, (\forall n \in \mathbb{N}): \;\; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \;\; 9, \;\; 27, \;\; 81, \;\; 243, \;\; \ldots; \quad a_n := 3^n$

  ... <u>geometrická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\, (\forall n \in \mathbb{N}): \;\; a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

  ... posloupnost všech <u>prvočísel</u>.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17,

Příklady posloupností.

- $1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad \ldots; \ a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \ldots; \ a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R}) (\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \ 9, \ 27, \ 81, \ 243, \ \ldots; \quad a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R}) (\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
  ... posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19,

Příklady posloupností.

- $1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ \ldots;\ a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots;\ a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3,\ 9,\ 27,\ 81,\ 243,\ \ldots;\ a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = qa_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

  ... posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29,

Příklady posloupností.

- $1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad \ldots; \ a_n := 1729$
  … konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \ldots; \ a_n := n$
  … aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- $3, \ 9, \ 27, \ 81, \ 243, \ \ldots; \quad a_n := 3^n$
  … geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, …
  … posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31,

Příklady posloupností.

- $1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad \ldots; \; a_n := 1729$

  ... <u>konstantní posloupnost</u>, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- $1, \; 2, \; 3, \; 4, \; 5, \; \ldots; \; a_n := n$

  ... <u>aritmetická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \; 9, \; 27, \; 81, \; 243, \; \ldots; \quad a_n := 3^n$

  ... <u>geometrická posloupnost</u>, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

  ... posloupnost všech <u>prvočísel</u>.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41,

Příklady posloupností.

- $1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ \ldots;\ a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots;\ a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3,\ 9,\ 27,\ 81,\ 243,\ \ldots;\quad a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = qa_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

  ... posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43,

Příklady posloupností.

- $1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad \dots; \ a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \dots; \ a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \ 9, \ 27, \ 81, \ 243, \ \dots; \quad a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

  ... posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59,

Příklady posloupností.

- $1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ 1729,\ \dots;\ a_n := 1729$

  … konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+1} = a_n$.

- $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \dots;\ a_n := n$

  … aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}):\ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3,\ 9,\ 27,\ 81,\ 243,\ \dots;\quad a_n := 3^n$

  … geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}):\ a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, …
  … posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, …

Příklady posloupností.

- $1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad \ldots; \; a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- $1, \; 2, \; 3, \; 4, \; 5, \; \ldots; \; a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \; 9, \; 27, \; 81, \; 243, \; \ldots; \quad a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

  ... posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...

  prvočíselná dvojčata

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$
  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$
  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$
  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
  ... posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...
  prvočíselná dvojčata ... tvoří posloupnost?

Příklady posloupností.

- $1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad \dots; \; a_n := 1729$

  … konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- $1, \; 2, \; 3, \; 4, \; 5, \; \dots; \; a_n := n$

  … aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \; 9, \; 27, \; 81, \; 243, \; \dots; \quad a_n := 3^n$

  … geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, …

  … posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, …

  prvočíselná dvojčata … tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?

Příklady posloupností.

- $1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad \dots; \ a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \dots; \ a_n := n$
  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- $3, \ 9, \ 27, \ 81, \ 243, \ \dots; \quad a_n := 3^n$
  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .
  . . . posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, . . .
  prvočíselná dvojčata . . . tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$
  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$
  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$
  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
  ... posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...
  prvočíselná dvojčata ... tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1,

Příklady posloupností.

- $1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ \dots; \ a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \dots; \ a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \ 9, \ 27, \ 81, \ 243, \ \dots; \ a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
  ... posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...
  prvočíselná dvojčata ... tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.

- 1, 11,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

  ... posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...

  prvočíselná dvojčata ... tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?

  To dosud nikdo neví.

- 1, 11, 21,

Příklady posloupností.

- $1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ \dots; \ a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \dots; \ a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R}) \, (\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \ 9, \ 27, \ 81, \ 243, \ \dots; \ a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R}) \, (\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
  ... posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...
  prvočíselná dvojčata ... tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.

- 1, 11, 21, 1112,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, . . . ; $a_n := n$
  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, . . . ; $a_n := 3^n$
  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .
  . . . posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, . . .
  prvočíselná dvojčata . . . tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112,

Příklady posloupností.

- $1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad \ldots; \; a_n := 1729$

  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N} : \; a_{n+1} = a_n$.

- $1, \; 2, \; 3, \; 4, \; 5, \; \ldots; \; a_n := n$

  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}) : \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \; 9, \; 27, \; 81, \; 243, \; \ldots; \quad a_n := 3^n$

  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}) : \; a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .

  . . . posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, . . .

  prvočíselná dvojčata . . . tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?

  To dosud nikdo neví.

- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N} : \ a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, . . . ; $a_n := n$
  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}) : \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, . . . ; $a_n := 3^n$
  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}) : \ a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .
  . . . posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, . . .
  prvočíselná dvojčata . . . tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, . . . ; $a_n := n$
  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, . . . ; $a_n := 3^n$
  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .
  . . . posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, . . .
  prvočíselná dvojčata . . . tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, $\ldots$; $a_n := 1729$
  $\ldots$ konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, $\ldots$; $a_n := n$
  $\ldots$ aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, $\ldots$; $a_n := 3^n$
  $\ldots$ geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, $\ldots$
  $\ldots$ posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, $\ldots$
  prvočíselná dvojčata $\ldots$ tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, . . . ; $a_n := n$
  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, . . . ; $a_n := 3^n$
  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = qa_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .
  . . . posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, . . .
  prvočíselná dvojčata . . . tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, . . . ; $a_n := n$
  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, . . . ; $a_n := 3^n$
  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = qa_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .
  . . . posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, . . .
  prvočíselná dvojčata . . . tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314,

Příklady posloupností.

- $1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad 1729, \quad \ldots; \; a_n := 1729$

  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- $1, \; 2, \; 3, \; 4, \; 5, \; \ldots; \; a_n := n$

  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \; 9, \; 27, \; 81, \; 243, \; \ldots; \quad a_n := 3^n$

  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = qa_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .

  . . . posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, . . .

  prvočíselná dvojčata . . . tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.

- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, . . . ; $a_n := n$
  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, . . . ; $a_n := 3^n$
  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})\,(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .
  . . . posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, . . .
  prvočíselná dvojčata . . . tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, . . . ; $a_n := n$
  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, . . . ; $a_n := 3^n$
  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .
  . . . posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, . . .
  prvočíselná dvojčata . . . tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$
  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$
  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$
  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
  ... posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...
  prvočíselná dvojčata ... tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314, 21322314, ...

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, . . . ; $a_n := n$
  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, . . . ; $a_n := 3^n$
  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = qa_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .
  . . . posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, . . .
  prvočíselná dvojčata . . . tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314, 21322314, ...
- 1,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$
  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$
  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$
  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = qa_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
  ... posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...
  prvočíselná dvojčata ... tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314, 21322314, ...
- 1, 2,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$
  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$
  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$
  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = qa_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
  ... posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...
  prvočíselná dvojčata ... tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314, 21322314, ...
- 1, 2, 3,

Příklady posloupností.

- $1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ \ldots; \ a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \ldots; \ a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \ 9, \ 27, \ 81, \ 243, \ \ldots; \ a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

  ... posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...

  prvočíselná dvojčata ... tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?

  To dosud nikdo neví.

- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314, 21322314, ...

- 1, 2, 3, 5,

Příklady posloupností.

- $1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ \ldots; \ a_n := 1729$
  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.

- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \ldots; \ a_n := n$
  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.

- $3, \ 9, \ 27, \ 81, \ 243, \ \ldots; \ \ a_n := 3^n$
  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
  ... posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...
  prvočíselná dvojčata ... tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.

- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314, 21322314, ...

- 1, 2, 3, 5, 8,

Příklady posloupností.

- $1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ \dots; \ a_n := 1729$
  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \dots; \ a_n := n$
  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R}) (\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- $3, \ 9, \ 27, \ 81, \ 243, \ \dots; \ a_n := 3^n$
  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R}) (\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
  ... posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...
  prvočíselná dvojčata ... tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314, 21322314, ...
- 1, 2, 3, 5, 8, 13,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$
  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$
  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$
  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = qa_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
  ... posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...
  prvočíselná dvojčata ... tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314, 21322314, ...
- 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, $\dots$; $a_n := 1729$
  $\dots$ konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, $\dots$; $a_n := n$
  $\dots$ aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, $\dots$; $a_n := 3^n$
  $\dots$ geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, $\dots$
  $\dots$ posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, $\dots$
  prvočíselná dvojčata $\dots$ tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314, 21322314, $\dots$.
- 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, . . . ; $a_n := n$
  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, . . . ; $a_n := 3^n$
  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = qa_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .
  . . . posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, . . .
  prvočíselná dvojčata . . . tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314, 21322314, ...
- 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,

Příklady posloupností.

- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, ...; $a_n := 1729$

  ... konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_{n+1} = a_n$.

- 1, 2, 3, 4, 5, ...; $a_n := n$

  ... aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = a_n + \delta$.

- 3, 9, 27, 81, 243, ...; $a_n := 3^n$

  ... geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \; a_{n+1} = q a_n$.

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

  ... posloupnost všech prvočísel.

- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, ...

  prvočíselná dvojčata ... tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.

- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314, 21322314, ...

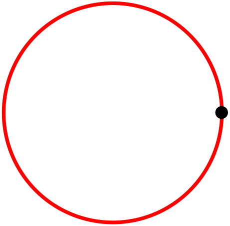
- 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 91,

Příklady posloupností.

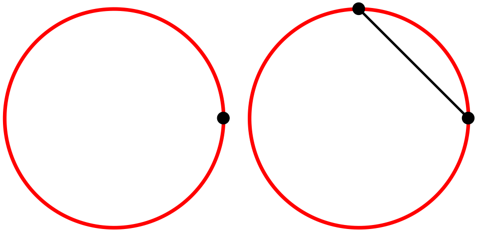
- 1729, 1729, 1729, 1729, 1729, . . . ; $a_n := 1729$
  . . . konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- 1, 2, 3, 4, 5, . . . ; $a_n := n$
  . . . aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- 3, 9, 27, 81, 243, . . . ; $a_n := 3^n$
  . . . geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, . . .
  . . . posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, . . .
  prvočíselná dvojčata . . . tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314, 21322314, ...
- 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 91, 149,

Příklady posloupností.

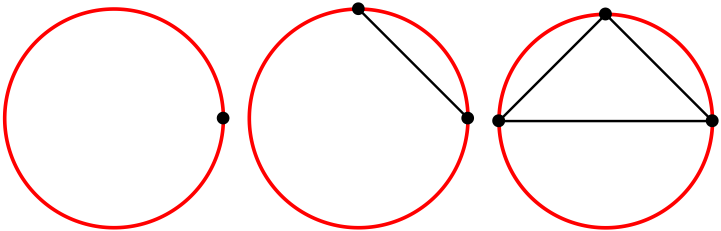
- $1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ 1729, \ \ldots; \ a_n := 1729$
  … konstantní posloupnost, tzn. že $\forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+1} = a_n$.
- $1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ \ldots; \ a_n := n$
  … aritmetická posloupnost, tzn. že $(\exists \delta \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = a_n + \delta$.
- $3, \ 9, \ 27, \ 81, \ 243, \ \ldots; \ a_n := 3^n$
  … geometrická posloupnost, tzn. že $(\exists q \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}): \ a_{n+1} = q a_n$.
- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, …
  … posloupnost všech prvočísel.
- 3, 5, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, 41, 43, 59, 61, …
  prvočíselná dvojčata … tvoří posloupnost?, tzn. je jich nekonečně mnoho?
  To dosud nikdo neví.
- 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, 31121314, 41122314, 31221324, 21322314, 21322314, 21322314, … .
- $1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 91, 149, \ldots; \ a_n := \lceil e^{\frac{n-1}{2}} \rceil$.



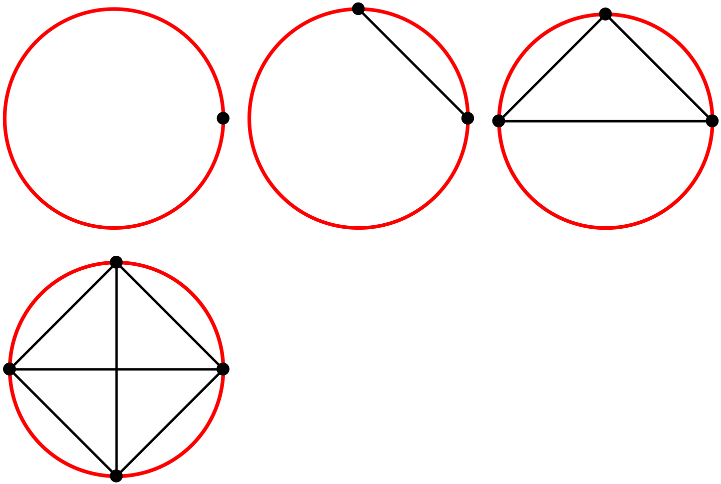
- 1,



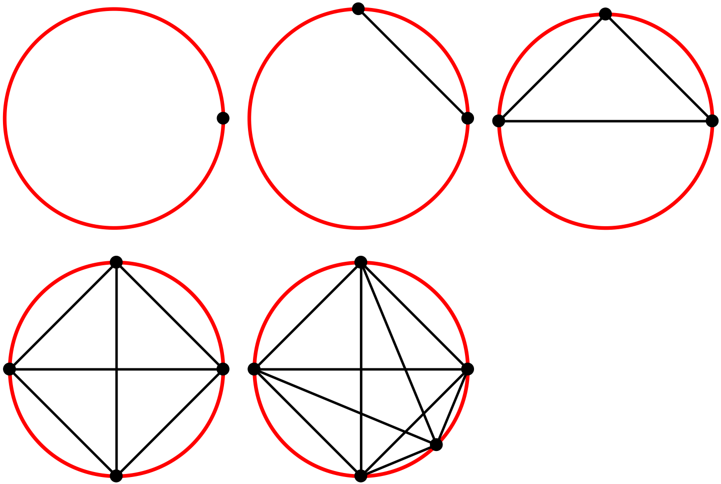
- 1, 2,



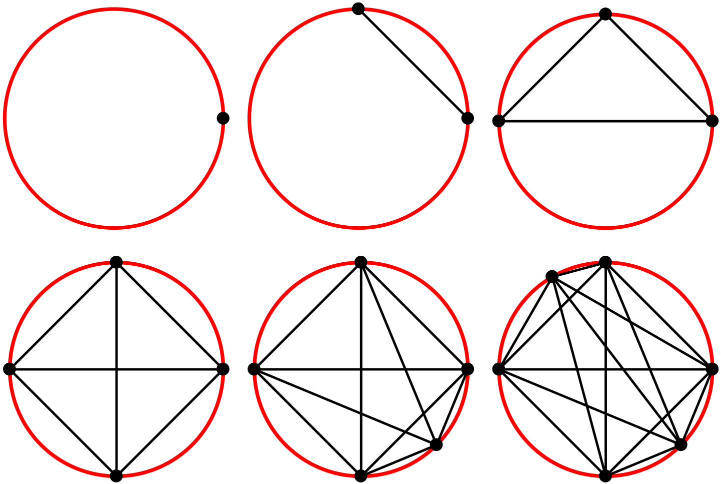
- 1, 2, 4,



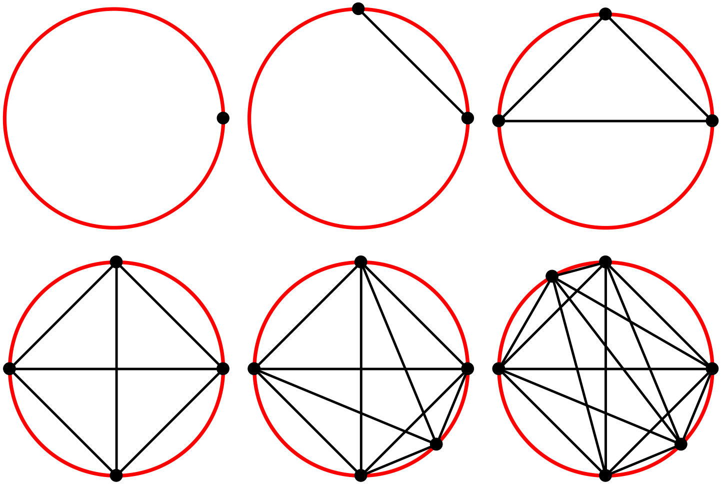
- 1, 2, 4, 8,



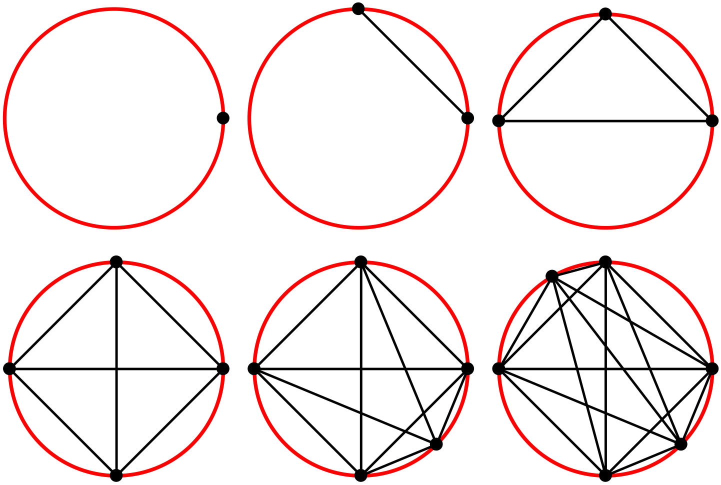
- 1, 2, 4, 8, 16,



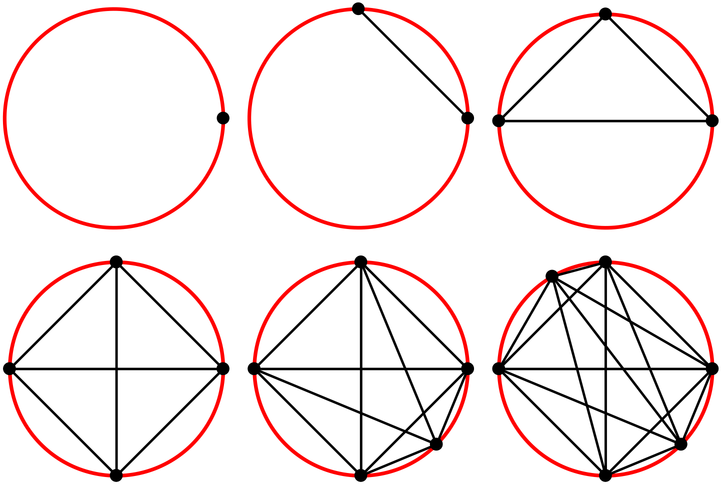
- 1, 2, 4, 8, 16,



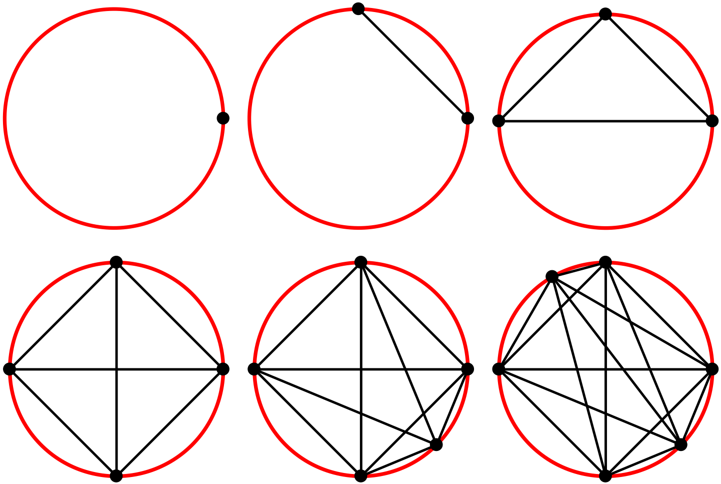
- 1, 2, 4, 8, 16, 31,



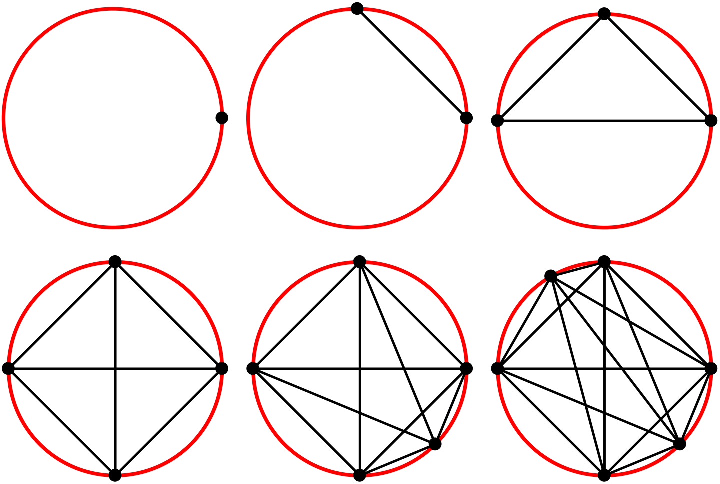
- 1, 2, 4, 8, 16, 31, 57,



- 1, 2, 4, 8, 16, 31, 57, 99,

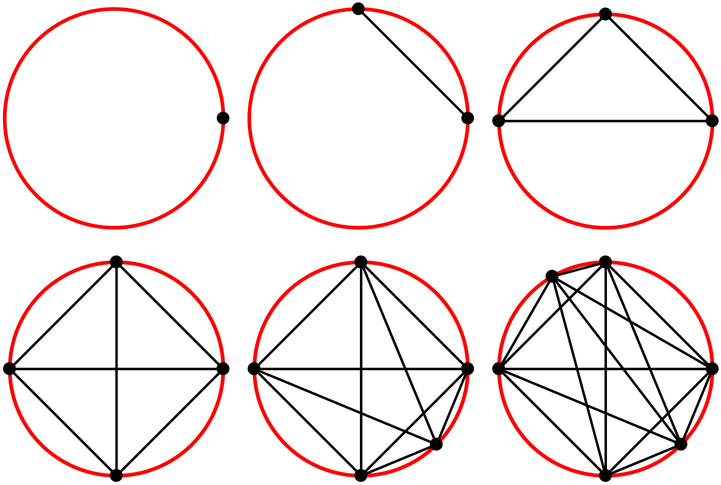


- 1, 2, 4, 8, 16, 31, 57, 99, 163, 256, 386, 562, 794, 1093, 1471, 1941, ... ;



- 1, 2, 4, 8, 16, 31, 57, 99, 163, 256, 386, 562, 794, 1093, 1471, 1941, ... ;

  $a_n := \binom{n}{4} + \binom{n}{2} + \binom{n}{0}$



- 1, 2, 4, 8, 16, 31, 57, 99, 163, 256, 386, 562, 794, 1093, 1471, 1941, ... ;

  $a_n := \binom{n}{4} + \binom{n}{2} + \binom{n}{0} = \frac{1}{24}(n^4 - 6n^3 + 23n^2 - 18n + 24).$

- 1,

- $1, \ 2,$

- 1, 2, 4,

- 1, 2, 4, 8,

- 1, 2, 4, 8, 16,

- 1, 2, 4, 8, 16, 30,

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60,

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96,

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160,

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270,

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540,

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792,

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584,

- $1, \ 2, \ 4, \ 8, \ 16, \ 30, \ 60, \ 96, \ 160, \ 270, \ 540, \ 792, \ 1584, \ 2592, \ \ldots;$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 30, \; 60, \; 96, \; 160, \; 270, \; 540, \; 792, \; 1584, \; 2592, \; \dots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- 1,

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584, 2592, . . . ;

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.
- 1, 2,

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 30, \; 60, \; 96, \; 160, \; 270, \; 540, \; 792, \; 1584, \; 2592, \; \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.
- $1, \; 2, \; 4,$

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584, 2592, . . . ;

  a_n ... počet dělitelů čísla n!.
- 1, 2, 4, 8,

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584, 2592, . . . ;

  a_n ... počet dělitelů čísla n!.
- 1, 2, 4, 8, 16,

- $1, \ 2, \ 4, \ 8, \ 16, \ 30, \ 60, \ 96, \ 160, \ 270, \ 540, \ 792, \ 1584, \ 2592, \ \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.
- $1, \ 2, \ 4, \ 8, \ 16, \ 29,$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.
- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 29,\ 52,$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.
- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 29,\ 52,\ 90,$

- $1, \ 2, \ 4, \ 8, \ 16, \ 30, \ 60, \ 96, \ 160, \ 270, \ 540, \ 792, \ 1584, \ 2592, \ \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.
- $1, \ 2, \ 4, \ 8, \ 16, \ 29, \ 52, \ 90, \ 151,$

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584, 2592, . . . ;

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.
- 1, 2, 4, 8, 16, 29, 52, 90, 151, 248,

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 30, \; 60, \; 96, \; 160, \; 270, \; 540, \; 792, \; 1584, \; 2592, \; \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 29, \; 52, \; 90, \; 151, \; 248, \; 400,$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.
- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 29,\ 52,\ 90,\ 151,\ 248,\ 400,\ 632,$

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584, 2592, ...;
  a_n ... počet dělitelů čísla n!.
- 1, 2, 4, 8, 16, 29, 52, 90, 151, 248, 400, 632, 985,

- $1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584, 2592, \dots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1, 2, 4, 8, 16, 29, 52, 90, 151, 248, 400, 632, 985, 1512, \dots;$

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 30, \; 60, \; 96, \; 160, \; 270, \; 540, \; 792, \; 1584, \; 2592, \; \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 29, \; 52, \; 90, \; 151, \; 248, \; 400, \; 632, \; 985, \; 1512, \; \ldots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584, 2592, . . . ;

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- 1, 2, 4, 8, 16, 29, 52, 90, 151, 248, 400, 632, 985, 1512, . . . ;

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $1 = 1,$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 29,\ 52,\ 90,\ 151,\ 248,\ 400,\ 632,\ 985,\ 1512,\ \ldots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $1 = 1,$
  $3 = 3 = 1 + 1 + 1,$

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 30, \; 60, \; 96, \; 160, \; 270, \; 540, \; 792, \; 1584, \; 2592, \; \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 29, \; 52, \; 90, \; 151, \; 248, \; 400, \; 632, \; 985, \; 1512, \; \ldots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $1 = 1,$
  $3 = 3 = 1 + 1 + 1,$
  $5 = 5 = 2 + 2 + 1 = 3 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1,$

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584, 2592, . . . ;

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- 1, 2, 4, 8, 16, 29, 52, 90, 151, 248, 400, 632, 985, 1512, . . . ;

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

$$
\begin{aligned}
{\color{red}1} &= 1,\\
{\color{red}3} &= 3 = 1+1+1,\\
{\color{red}5} &= 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\
{\color{red}7} &= 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\
&= 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,
\end{aligned}
$$

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584, 2592, . . . ;

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- 1, 2, 4, 8, 16, 29, 52, 90, 151, 248, 400, 632, 985, 1512, . . . ;

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned} &1 = 1,\\ &3 = 3 = 1+1+1,\\ &5 = 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\ &7 = 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\ &\quad = 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,\\ &\ldots . \end{aligned}$$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 29,\ 52,\ 90,\ 151,\ 248,\ 400,\ 632,\ 985,\ 1512,\ \ldots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned}
  {\color{red}1} &= 1,\\
  {\color{red}3} &= 3 = 1+1+1,\\
  {\color{red}5} &= 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\
  {\color{red}7} &= 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\
  &= 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,
  \end{aligned}$$

  $\ldots.$

- $1,$

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584, 2592, ...;

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- 1, 2, 4, 8, 16, 29, 52, 90, 151, 248, 400, 632, 985, 1512, ...;

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned}
  &1 = 1,\\
  &3 = 3 = 1+1+1,\\
  &5 = 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\
  &7 = 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\
  &\quad = 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,\\
  &\ldots.
  \end{aligned}$$

- 1, 2,

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584, 2592, ...;

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- 1, 2, 4, 8, 16, 29, 52, 90, 151, 248, 400, 632, 985, 1512, ...;

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned}
  &{\color{red}1} = 1,\\
  &{\color{red}3} = 3 = 1+1+1,\\
  &{\color{red}5} = 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\
  &{\color{red}7} = 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\
  &\quad = 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,\\
  &\dots.
  \end{aligned}$$

- 1, 2, 4,

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \dots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 29,\ 52,\ 90,\ 151,\ 248,\ 400,\ 632,\ 985,\ 1512,\ \dots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned}
  &1 = 1,\\
  &3 = 3 = 1+1+1,\\
  &5 = 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\
  &7 = 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\
  &\quad = 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,\\
  &\dots .
  \end{aligned}$$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 29,\ 52,\ 90,\ 151,\ 248,\ 400,\ 632,\ 985,\ 1512,\ \ldots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned}
  &1 = 1,\\
  &3 = 3 = 1+1+1,\\
  &5 = 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\
  &7 = 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\
  &\quad = 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,\\
  &\ldots.
  \end{aligned}$$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,$

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584, 2592, $\dots$;

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- 1, 2, 4, 8, 16, 29, 52, 90, 151, 248, 400, 632, 985, 1512, $\dots$;

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$
  \begin{aligned}
  &1 = 1,\\
  &3 = 3 = 1 + 1 + 1,\\
  &5 = 5 = 2 + 2 + 1 = 3 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1,\\
  &7 = 7 = 3 + 2 + 2 = 3 + 3 + 1 = 4 + 2 + 1 = 5 + 1 + 1 =\\
  &\quad = 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1,\\
  &\dots .
  \end{aligned}
  $$

- 1, 2, 4, 8, 16, 32,

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \dots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 29,\ 52,\ 90,\ 151,\ 248,\ 400,\ 632,\ 985,\ 1512,\ \dots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned}
  &{\color{red}1} = 1,\\
  &{\color{red}3} = 3 = 1+1+1,\\
  &{\color{red}5} = 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\
  &{\color{red}7} = 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\
  &\quad = 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,\\
  &\dots.
  \end{aligned}$$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 63,$

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 30, \; 60, \; 96, \; 160, \; 270, \; 540, \; 792, \; 1584, \; 2592, \; \dots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 29, \; 52, \; 90, \; 151, \; 248, \; 400, \; 632, \; 985, \; 1512, \; \dots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned} &1 = 1, \\ &3 = 3 = 1+1+1, \\ &5 = 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1, \\ &7 = 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 = \\ &\quad = 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1, \\ &\dots . \end{aligned}$$

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 32, \; 63, \; 120,$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 29,\ 52,\ 90,\ 151,\ 248,\ 400,\ 632,\ 985,\ 1512,\ \ldots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned}
  {\color{red}1} &= 1,\\
  {\color{red}3} &= 3 = 1+1+1,\\
  {\color{red}5} &= 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\
  {\color{red}7} &= 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\
  &= 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,\\
  &\ldots.
  \end{aligned}$$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 63,\ 120,\ 219,$

- 1, 2, 4, 8, 16, 30, 60, 96, 160, 270, 540, 792, 1584, 2592, ...;

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- 1, 2, 4, 8, 16, 29, 52, 90, 151, 248, 400, 632, 985, 1512, ...;

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned}
  &{\color{red}1} = 1,\\
  &{\color{red}3} = 3 = 1+1+1,\\
  &{\color{red}5} = 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\
  &{\color{red}7} = 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\
  &\quad = 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,\\
  &\dots .
  \end{aligned}$$

- 1, 2, 4, 8, 16, 32, 63, 120, 219, 382,

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \dots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 29,\ 52,\ 90,\ 151,\ 248,\ 400,\ 632,\ 985,\ 1512,\ \dots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned}
  &{\color{red}1} = 1,\\
  &{\color{red}3} = 3 = 1+1+1,\\
  &{\color{red}5} = 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\
  &{\color{red}7} = 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\
  &\quad = 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,\\
  &\dots .
  \end{aligned}$$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 63,\ 120,\ 219,\ 382,\ 638,$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \dots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 29,\ 52,\ 90,\ 151,\ 248,\ 400,\ 632,\ 985,\ 1512,\ \dots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned}
  &{\color{red}1} = 1,\\
  &{\color{red}3} = 3 = 1+1+1,\\
  &{\color{red}5} = 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\
  &{\color{red}7} = 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\
  &\quad = 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,\\
  &\dots.
  \end{aligned}$$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 63,\ 120,\ 219,\ 382,\ 638,\ 1024,$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \ldots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 29,\ 52,\ 90,\ 151,\ 248,\ 400,\ 632,\ 985,\ 1512,\ \ldots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned}
  {\color{red}1} &= 1,\\
  {\color{red}3} &= 3 = 1+1+1,\\
  {\color{red}5} &= 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\
  {\color{red}7} &= 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\
  &= 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,\\
  \ldots&.
  \end{aligned}$$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 63,\ 120,\ 219,\ 382,\ 638,\ 1024,\ 1586,\ \ldots;$

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 30, \; 60, \; 96, \; 160, \; 270, \; 540, \; 792, \; 1584, \; 2592, \; \dots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 29, \; 52, \; 90, \; 151, \; 248, \; 400, \; 632, \; 985, \; 1512, \; \dots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned} &{\color{red}1} = 1,\\ &{\color{red}3} = 3 = 1+1+1,\\ &{\color{red}5} = 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\ &{\color{red}7} = 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\ &\quad = 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,\\ &\dots. \end{aligned}$$

- $1, \; 2, \; 4, \; 8, \; 16, \; 32, \; 63, \; 120, \; 219, \; 382, \; 638, \; 1024, \; 1586, \; \dots;$

  $a_{n+1} := \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \binom{n}{4} + \binom{n}{5}$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 30,\ 60,\ 96,\ 160,\ 270,\ 540,\ 792,\ 1584,\ 2592,\ \dots;$

  a_n ... počet dělitelů čísla $n!$.

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 29,\ 52,\ 90,\ 151,\ 248,\ 400,\ 632,\ 985,\ 1512,\ \dots;$

  a_n ... udává, kolika způsoby lze n-té liché číslo napsat jako součet lichého počtu přirozených čísel (nezáleží-li na pořadí).

  $$\begin{aligned}
  &1 = 1,\\
  &3 = 3 = 1+1+1,\\
  &5 = 5 = 2+2+1 = 3+1+1 = 1+1+1+1+1,\\
  &7 = 7 = 3+2+2 = 3+3+1 = 4+2+1 = 5+1+1 =\\
  &\quad = 2+2+1+1+1 = 3+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1,\\
  &\dots .
  \end{aligned}$$

- $1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 63,\ 120,\ 219,\ 382,\ 638,\ 1024,\ 1586,\ \dots;$

  $a_{n+1} := \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \binom{n}{4} + \binom{n}{5} =$

  $= \frac{1}{120}(n^5 - 5n^4 + 25n^3 + 5n^2 + 94n + 120).$

$$0, \quad 1, \quad -1, \quad 2, \quad -2, \quad 3, \quad -3, \quad 4, \quad -4, \quad \ldots$$

$$\frac{0}{2}, \quad \frac{1}{2}, \quad -\frac{1}{2}, \quad \frac{2}{2}, \quad -\frac{2}{2}, \quad \frac{3}{2}, \quad -\frac{3}{2}, \quad \frac{4}{2}, \quad -\frac{4}{2}, \quad \ldots$$

$$\frac{0}{3}, \quad \frac{1}{3}, \quad -\frac{1}{3}, \quad \frac{2}{3}, \quad -\frac{2}{3}, \quad \frac{3}{3}, \quad -\frac{3}{3}, \quad \frac{4}{3}, \quad -\frac{4}{3}, \quad \ldots$$

$$\frac{0}{4}, \quad \frac{1}{4}, \quad -\frac{1}{4}, \quad \frac{2}{4}, \quad -\frac{2}{4}, \quad \frac{3}{4}, \quad -\frac{3}{4}, \quad \frac{4}{4}, \quad -\frac{4}{4}, \quad \ldots$$

$$\vdots$$

$$0, \quad 1, \quad -1, \quad 2, \quad -2, \quad 3, \quad -3, \quad 4, \quad -4, \quad \ldots$$

$$\frac{0}{2}, \quad \frac{1}{2}, \quad -\frac{1}{2}, \quad \frac{2}{2}, \quad -\frac{2}{2}, \quad \frac{3}{2}, \quad -\frac{3}{2}, \quad \frac{4}{2}, \quad -\frac{4}{2}, \quad \ldots$$

$$\frac{0}{3}, \quad \frac{1}{3}, \quad -\frac{1}{3}, \quad \frac{2}{3}, \quad -\frac{2}{3}, \quad \frac{3}{3}, \quad -\frac{3}{3}, \quad \frac{4}{3}, \quad -\frac{4}{3}, \quad \ldots$$

$$\frac{0}{4}, \quad \frac{1}{4}, \quad -\frac{1}{4}, \quad \frac{2}{4}, \quad -\frac{2}{4}, \quad \frac{3}{4}, \quad -\frac{3}{4}, \quad \frac{4}{4}, \quad -\frac{4}{4}, \quad \ldots$$

$$\vdots$$

- Definujme posloupnost (a_n):

$$(a_n) := 0, \ 1, \ \frac{0}{2}, \ -1, \ \frac{1}{2}, \ \frac{0}{3}, \ 2, \ -\frac{1}{2}, \ \frac{1}{3}, \ \frac{0}{4}, \ -2, \ \frac{2}{2}, \ \ldots \ .$$

$$\begin{array}{cccccccccc}
0, & 1, & -1, & 2, & -2, & 3, & -3, & 4, & -4, & \dots \\
\frac{0}{2}, & \frac{1}{2}, & -\frac{1}{2}, & \frac{2}{2}, & -\frac{2}{2}, & \frac{3}{2}, & -\frac{3}{2}, & \frac{4}{2}, & -\frac{4}{2}, & \dots \\
\frac{0}{3}, & \frac{1}{3}, & -\frac{1}{3}, & \frac{2}{3}, & -\frac{2}{3}, & \frac{3}{3}, & -\frac{3}{3}, & \frac{4}{3}, & -\frac{4}{3}, & \dots \\
\frac{0}{4}, & \frac{1}{4}, & -\frac{1}{4}, & \frac{2}{4}, & -\frac{2}{4}, & \frac{3}{4}, & -\frac{3}{4}, & \frac{4}{4}, & -\frac{4}{4}, & \dots \\
\vdots & & & & & & & & &
\end{array}$$

- Definujme posloupnost (a_n):

  $$(a_n) := 0,\ 1,\ \frac{0}{2},\ -1,\ \frac{1}{2},\ \frac{0}{3},\ 2,\ -\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \frac{0}{4},\ -2,\ \frac{2}{2},\ \dots\ .$$

  Pak

  $$\{a_n :\ n \in \mathbb{N}\} = \mathbb{Q},$$

$$0, \quad 1, \quad -1, \quad 2, \quad -2, \quad 3, \quad -3, \quad 4, \quad -4, \quad \dots$$

$$\frac{0}{2}, \quad \frac{1}{2}, \quad -\frac{1}{2}, \quad \frac{2}{2}, \quad -\frac{2}{2}, \quad \frac{3}{2}, \quad -\frac{3}{2}, \quad \frac{4}{2}, \quad -\frac{4}{2}, \quad \dots$$

$$\frac{0}{3}, \quad \frac{1}{3}, \quad -\frac{1}{3}, \quad \frac{2}{3}, \quad -\frac{2}{3}, \quad \frac{3}{3}, \quad -\frac{3}{3}, \quad \frac{4}{3}, \quad -\frac{4}{3}, \quad \dots$$

$$\frac{0}{4}, \quad \frac{1}{4}, \quad -\frac{1}{4}, \quad \frac{2}{4}, \quad -\frac{2}{4}, \quad \frac{3}{4}, \quad -\frac{3}{4}, \quad \frac{4}{4}, \quad -\frac{4}{4}, \quad \dots$$

$$\vdots$$

- Definujme posloupnost (a_n):

  $$(a_n) := 0, \ 1, \ \tfrac{0}{2}, \ -1, \ \tfrac{1}{2}, \ \tfrac{0}{3}, \ 2, \ -\tfrac{1}{2}, \ \tfrac{1}{3}, \ \tfrac{0}{4}, \ -2, \ \tfrac{2}{2}, \ \dots \ .$$

  Pak

  $$\{a_n : \ n \in \mathbb{N}\} = \mathbb{Q},$$

  přičemž pro každé $q \in \mathbb{Q}$ existuje nekonečně mnoho členů posloupnosti (a_n) rovných číslu q (např. $q = 1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \dots$).

- Definujme posloupnost prof. Malého (a_n) *rekurentně:*

$$a_1 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+1} := \frac{1}{2[a_n] - a_n + 1}.$$

- Definujme posloupnost prof. Malého (a_n) *rekurentně:*

$$a_1 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ \ a_{n+1} := \frac{1}{2[a_n] - a_n + 1}.$$

Pak

$$(a_n) = 1,$$

- Definujme posloupnost prof. Malého (a_n) *rekurentně:*

$$a_1 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+1} := \frac{1}{2[a_n] - a_n + 1}.$$

Pak

$$(a_n) = 1,\ \frac{1}{2},$$

- Definujme posloupnost prof. Malého (a_n) *rekurentně:*

$$a_1 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ \ a_{n+1} := \frac{1}{2[a_n] - a_n + 1}.$$

Pak

$$(a_n) = 1,\ \frac{1}{2},\ 2,$$

- Definujme posloupnost prof. Malého (a_n) *rekurentně:*

$$a_1 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+1} := \frac{1}{2[a_n] - a_n + 1}.$$

Pak

$$(a_n) = 1,\ \frac{1}{2},\ 2,\ \frac{1}{3},$$

- Definujme posloupnost prof. Malého (a_n) *rekurentně:*

$$a_1 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ \ a_{n+1} := \frac{1}{2[a_n] - a_n + 1}.$$

Pak

$$(a_n) = 1,\ \frac{1}{2},\ 2,\ \frac{1}{3},\ \frac{3}{2},$$

- Definujme <u>posloupnost prof. Malého</u> (a_n) *rekurentně:*

$$a_1 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+1} := \frac{1}{2[a_n] - a_n + 1}.$$

Pak

$$(a_n) = 1,\ \frac{1}{2},\ 2,\ \frac{1}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{2}{3},$$

- Definujme posloupnost prof. Malého (a_n) *rekurentně:*

$$a_1 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+1} := \frac{1}{2[a_n] - a_n + 1}.$$

Pak

$$(a_n) = 1,\ \frac{1}{2},\ 2,\ \frac{1}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{2}{3},\ 3,$$

- Definujme posloupnost prof. Malého (a_n) *rekurentně:*

$$a_1 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+1} := \frac{1}{2[a_n] - a_n + 1}.$$

Pak

$$(a_n) = 1,\ \frac{1}{2},\ 2,\ \frac{1}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{2}{3},\ 3,\ \frac{1}{4},\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{5},\ \frac{5}{2},\ \frac{2}{5},\ \frac{5}{3},\ \frac{3}{4},\ 4, \ldots$$

- Definujme posloupnost prof. Malého (a_n) *rekurentně:*

$$a_1 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+1} := \frac{1}{2[a_n] - a_n + 1}.$$

Pak

$$(a_n) = 1,\ \frac{1}{2},\ 2,\ \frac{1}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{2}{3},\ 3,\ \frac{1}{4},\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{5},\ \frac{5}{2},\ \frac{2}{5},\ \frac{5}{3},\ \frac{3}{4},\ 4, \ldots$$

a platí:

  - *posloupnost (a_n) je prostá,*

- Definujme posloupnost prof. Malého (a_n) *rekurentně:*

$$a_1 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ \ a_{n+1} := \frac{1}{2[a_n] - a_n + 1}.$$

Pak

$$(a_n) = 1,\ \frac{1}{2},\ 2,\ \frac{1}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{2}{3},\ 3,\ \frac{1}{4},\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{5},\ \frac{5}{2},\ \frac{2}{5},\ \frac{5}{3},\ \frac{3}{4},\ 4, \ldots$$

a platí:

- *posloupnost* (a_n) *je prostá,*
- $\{a_n:\ n \in \mathbb{N}\} = \mathbb{Q} \cap (0, +\infty)$.

- $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 \ldots$;

- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 ... ;

$$a_1 = a_2 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+2} := a_{n+1} + a_n$$

- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 … ;

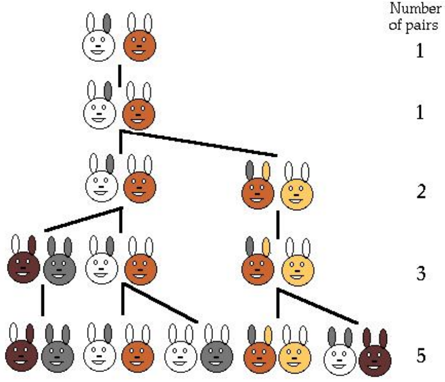
$$a_1 = a_2 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+2} := a_{n+1} + a_n$$

… Fibonacciho posloupnost.

- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 ... ;

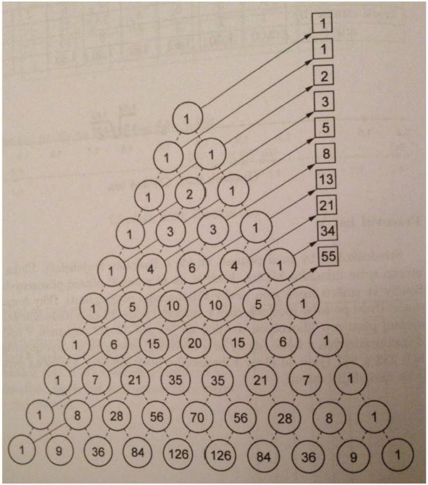
$$a_1 = a_2 = 1, \ \forall n \in \mathbb{N} : \ a_{n+2} := a_{n+1} + a_n$$

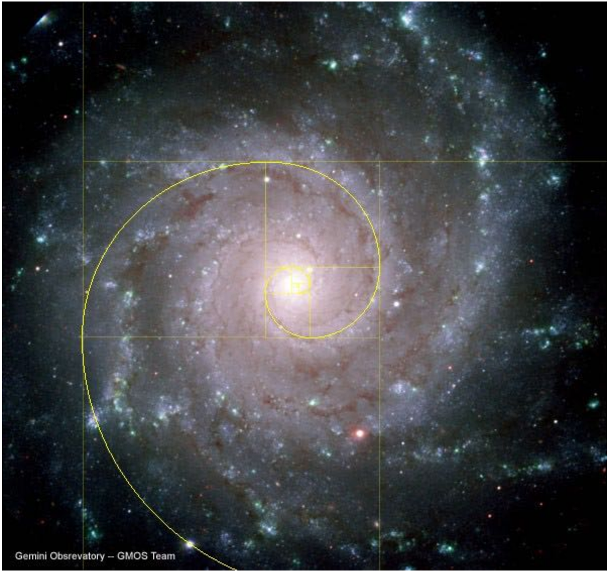
... Fibonacciho posloupnost.

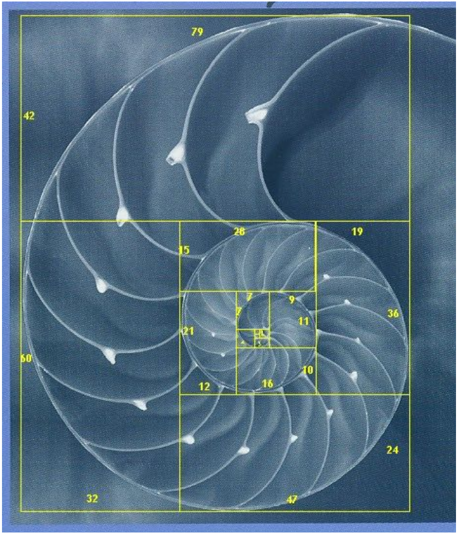


- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 ... ;

- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 … ;




Gemini Obsrevatory -- GMOS Team


79
42
28
19
15
7
9
7
11
36
21
60
10
12
16
24
32
47

- $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 \dots$;

  $a_1 = a_2 = 1, \ \forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+2} := a_{n+1} + a_n.$

- $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 \ldots$;

  $a_1 = a_2 = 1, \ \forall n \in \mathbb{N} : \ a_{n+2} := a_{n+1} + a_n.$

  Platí

  -

    $$\forall n \in \mathbb{N} : \ a_n :=$$

- $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 \dots$;

  $a_1 = a_2 = 1, \ \forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+2} := a_{n+1} + a_n.$

  Platí

  - $$\forall n \in \mathbb{N}: \ a_n := \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n,$$

- $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89\ldots$;

  $a_1 = a_2 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+2} := a_{n+1} + a_n.$

  Platí

  - $$\forall n \in \mathbb{N}:\ a_n := \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n,$$

  - $$\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} =$$

- $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 \dots$;

  $a_1 = a_2 = 1, \ \forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+2} := a_{n+1} + a_n.$

  Platí

  - $$\forall n \in \mathbb{N}: \ a_n := \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n,$$

  - $$\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

- $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 \ldots$;

  $a_1 = a_2 = 1, \ \forall n \in \mathbb{N}: \ a_{n+2} := a_{n+1} + a_n.$

  Platí

  - $$\forall n \in \mathbb{N}: \ a_n := \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n,$$

  - $$\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1 + \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\ldots}}}}$$

- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 … ;

  $a_1 = a_2 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+2} := a_{n+1} + a_n.$

  Platí

  - $$\forall n \in \mathbb{N}:\ a_n := \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n,$$

  - $$\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1 + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}}} = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}}$$

- $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 \dots$;

  $a_1 = a_2 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+2} := a_{n+1} + a_n.$

  Platí

  - $$\forall n \in \mathbb{N}:\ a_n := \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n,$$

  - $$\boxed{\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1 + \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\dots}}}} = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}}} \doteq 1,6}$$

- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 ... ;

  $a_1 = a_2 = 1,\ \forall n \in \mathbb{N}:\ a_{n+2} := a_{n+1} + a_n.$

  Platí

  - $$\forall n \in \mathbb{N}:\ a_n := \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n,$$

  - $$\boxed{\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1 + \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\dots}}}} = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}}} \doteq 1,6}$$

... zlatý řez.

Uvažujme mocniny čísla 2:

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, ...

Uvažujme mocniny čísla 2:

$$2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 64,\ 128,\ 256,\ 512,\ 1024,\ \dots$$

a soustřeďme svoji pozornost na jejich první cifry:

Uvažujme mocniny čísla 2:

$$2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 64,\ 128,\ 256,\ 512,\ 1024,\ \ldots$$

a soustřeďme svoji pozornost na jejich první cifry:

$$\color{red}{2},\ \color{red}{4},\ \color{red}{8},\ \color{red}{1}6,\ \color{red}{3}2,\ \color{red}{6}4,\ \color{red}{1}28,\ \color{red}{2}56,\ \color{red}{5}12,\ \color{red}{1}024,\ \ldots$$

Uvažujme mocniny čísla 2:

$$2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 64,\ 128,\ 256,\ 512,\ 1024,\ \ldots$$

a soustřeďme svoji pozornost na jejich první cifry:

$$\color{red}{2},\ \color{red}{4},\ \color{red}{8},\ \color{red}{1}6,\ \color{red}{3}2,\ \color{red}{6}4,\ \color{red}{1}28,\ \color{red}{2}56,\ \color{red}{5}12,\ \color{red}{1}024,\ \ldots$$

Otázka:

Existuje mocnina čísla 2, která začíná cifrou 7 ?

Uvažujme mocniny čísla 2:

$$2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 64,\ 128,\ 256,\ 512,\ 1024,\ \ldots$$

a soustřeďme svoji pozornost na jejich první cifry:

$$\color{red}{2},\ \color{red}{4},\ \color{red}{8},\ \color{red}{1}6,\ \color{red}{3}2,\ \color{red}{6}4,\ \color{red}{1}28,\ \color{red}{2}56,\ \color{red}{5}12,\ \color{red}{1}024,\ \ldots$$

Otázka:

Existuje mocnina čísla 2,
která začíná cifrou 7 ?

Odpověď: Ano

Uvažujme mocniny čísla 2:

$$2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 64,\ 128,\ 256,\ 512,\ 1024,\ \ldots$$

a soustřeďme svoji pozornost na jejich první cifry:

$$\mathbf{2},\ \mathbf{4},\ \mathbf{8},\ \mathbf{1}6,\ \mathbf{3}2,\ \mathbf{6}4,\ \mathbf{1}28,\ \mathbf{2}56,\ \mathbf{5}12,\ \mathbf{1}024,\ \ldots$$

Otázka:

Existuje mocnina čísla 2, která začíná cifrou 7 ?

Odpověď: Ano, například

$$2^{46} = 70368744177664.$$

Uvažujme mocniny čísla 2:

$$2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 64,\ 128,\ 256,\ 512,\ 1024,\ \ldots$$

a soustřeďme svoji pozornost na jejich první cifry:

$$2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 64,\ 128,\ 256,\ 512,\ 1024,\ \ldots$$

Otázka:

Existuje mocnina čísla 2, která začíná cifrou 7 ?

Odpověď: Ano, například

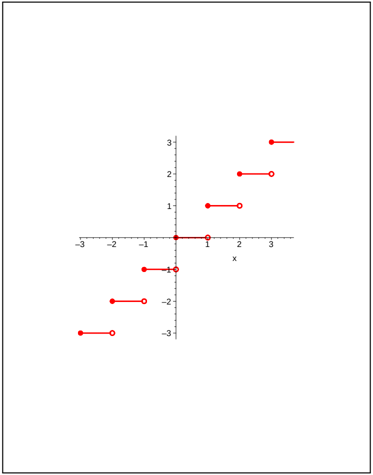
$$2^{46} = 70368744177664.$$

Problém:

Kolik je mocnin čísla 2, které začínají cifrou 7 ?

Nejdříve pro každé $x \in \mathbb{R}$ definujme celou část čísla x jako takové číslo $[x] \in \mathbb{Z}$, pro něž

$$[x] \leq x < [x] + 1.$$



Věta (W. Sierpinski, H. Weyl, P. Bohl; 1910).

Buď $x \in \mathbb{R}$. Definujme posloupnost (a_n) předpisem

$$a_n := nx - [nx].$$

Věta (W. Sierpinski, H. Weyl, P. Bohl; 1910).

Buď $x \in \mathbb{R}$. Definujme posloupnost (a_n) předpisem

$$a_n := nx - [nx].$$

Pak platí:

- je-li $x \in \mathbb{Z}$, je $a_n = 0$ pro každé $n \in \mathbb{N}$;

Věta (W. Sierpinski, H. Weyl, P. Bohl; 1910).

Buď $x \in \mathbb{R}$. Definujme posloupnost (a_n) předpisem

$$a_n := nx - [nx].$$

Pak platí:

- je-li $x \in \mathbb{Z}$, je $a_n = 0$ pro každé $n \in \mathbb{N}$;
- je-li $x = \frac{p}{q}$, kde $p \in \mathbb{Z}$ a $q \in \mathbb{N}$, je $a_{n+q} = a_n$ pro každé $n \in \mathbb{N}$;

Věta (W. Sierpinski, H. Weyl, P. Bohl; 1910).

Buď $x \in \mathbb{R}$. Definujme posloupnost (a_n) předpisem

$$a_n := nx - [nx].$$

Pak platí:

- je-li $x \in \mathbb{Z}$, je $a_n = 0$ pro každé $n \in \mathbb{N}$;
- je-li $x = \frac{p}{q}$, kde $p \in \mathbb{Z}$ a $q \in \mathbb{N}$, je $a_{n+q} = a_n$ pro každé $n \in \mathbb{N}$;
- je-li $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, je posloupnost (a_n) prostá a navíc platí, že pro každé $\alpha, \beta \in \langle 0, 1 \rangle$, $\alpha < \beta$, leží nekonečně mnoho členů posloupnosti (a_n) v intervalu (α, β) (tzn. $\overline{\{a_n : \ n \in \mathbb{N}\}} = \langle 0, 1 \rangle$).

Věta (W. Sierpinski, H. Weyl, P. Bohl; 1910).

Buď $x \in \mathbb{R}$. Definujme posloupnost (a_n) předpisem

$$a_n := nx - [nx].$$

Pak platí:

- je-li $x \in \mathbb{Z}$, je $a_n = 0$ pro každé $n \in \mathbb{N}$;
- je-li $x = \frac{p}{q}$, kde $p \in \mathbb{Z}$ a $q \in \mathbb{N}$, je $a_{n+q} = a_n$ pro každé $n \in \mathbb{N}$;
- je-li $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, je posloupnost (a_n) prostá a navíc platí, že pro každé $\alpha, \beta \in \langle 0, 1\rangle,\ \alpha < \beta$, leží nekonečně mnoho členů posloupnosti (a_n) v intervalu (α, β) (tzn. $\overline{\{a_n :\ n \in \mathbb{N}\}} = \langle 0, 1\rangle$).

Důkaz

Věta (W. Sierpinski, H. Weyl, P. Bohl; 1910).

Buď $x \in \mathbb{R}$. Definujme posloupnost (a_n) předpisem

$$a_n := nx - [nx].$$

Pak platí:

- je-li $x \in \mathbb{Z}$, je $a_n = 0$ pro každé $n \in \mathbb{N}$;
- je-li $x = \frac{p}{q}$, kde $p \in \mathbb{Z}$ a $q \in \mathbb{N}$, je $a_{n+q} = a_n$ pro každé $n \in \mathbb{N}$;
- je-li $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, je posloupnost (a_n) prostá a navíc platí, že pro každé $\alpha, \beta \in \langle 0, 1 \rangle$, $\alpha < \beta$, leží nekonečně mnoho členů posloupnosti (a_n) v intervalu (α, β) (tzn. $\overline{\{a_n : \ n \in \mathbb{N}\}} = \langle 0, 1 \rangle$).

Důkaz prvních dvou tvrzení je velmi snadný, neboť

$$a_{n+q} = (n+q)\frac{p}{q} - [(n+q)\frac{p}{q}] = n\frac{p}{q} + p - [n\frac{p}{q}] - p = a_n.$$

Ukažme si, proč platí tvrzení třetí:

Ukažme si, proč platí tvrzení třetí:

- Je-li

$$nx - [nx] = \underline{a_n = a_m} = mx - [mx],$$

Ukažme si, proč platí tvrzení třetí:

- Je-li
$$nx - [nx] = \underline{a_n = a_m} = mx - [mx],$$
je
$$(n - m)x = [nx] - [mx] \in \mathbb{Z},$$
a proto (x je iracionální!) $\underline{n = m}$. Posloupnost (a_n) je prostá.

Ukažme si, proč platí tvrzení třetí:

- Je-li
$$nx - [nx] = \underline{a_n = a_m} = mx - [mx],$$
je
$$(n-m)x = [nx] - [mx] \in \mathbb{Z},$$
a proto (x je iracionální!) $\underline{n = m}$. Posloupnost (a_n) je prostá.

- Buď $n \in \mathbb{N}$ takové, že
$$\frac{1}{n} < \beta - \alpha,$$

Ukažme si, proč platí tvrzení třetí:

- Je-li
$$nx - [nx] = \underline{a_n = a_m} = mx - [mx],$$
je
$$(n - m)x = [nx] - [mx] \in \mathbb{Z},$$
a proto (x je iracionální!) $\underline{n = m}$. Posloupnost (a_n) je prostá.

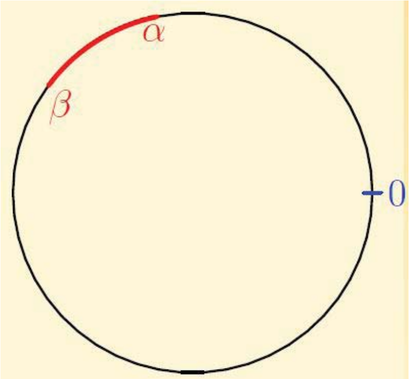
- Buď $n \in \mathbb{N}$ takové, že
$$\frac{1}{n} < \beta - \alpha,$$
a uvažujme body
$$a_1, a_2, \dots, a_{n+1} \in \langle 0, 1 \rangle.$$

Ukažme si, proč platí tvrzení třetí:

- Je-li
$$nx - [nx] = \underline{a_n = a_m} = mx - [mx],$$
je
$$(n-m)x = [nx] - [mx] \in \mathbb{Z},$$
a proto (x je iracionální!) $\underline{n = m}$. Posloupnost (a_n) je prostá.

- Buď $n \in \mathbb{N}$ takové, že
$$\frac{1}{n} < \beta - \alpha,$$
a uvažujme body
$$a_1, a_2, \dots, a_{n+1} \in \langle 0, 1 \rangle.$$
Pak zřejmě existují $i, s \in \mathbb{N}$ takové, že $i, i+s \in \{1, 2, \dots, n+1\}$ a že
$$0 < \varepsilon := |a_i - a_{i+s}| \leq \frac{1}{n} < \beta - \alpha.$$

- Nyní si představme reálnou osu navinutou na kružnici K o `délce` 1, na níž je vyznačen bod 0 (situace je podobná jako při znázorňování goniometrickýh funkcí, ale poloměr příslušné kružnice není 1, ale $\frac{1}{2\pi}$). Reálná čísla si znázorňujme jako body této kružnice, intervalu $(\alpha, \beta) \subset \langle 0, 1 \rangle$ pak odpovídá oblouk na této kružnici.



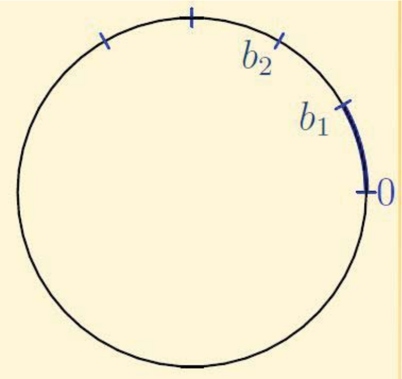
- Uvažujme zobrazení $f: K \to K$ definované jako otočení (v kladném směru) kolem středu K o úhel $2\pi x$ radianů a posloupnost (b_n) bodů ležících na K definovanou rekurentně:

$$b_1 = f(0),$$

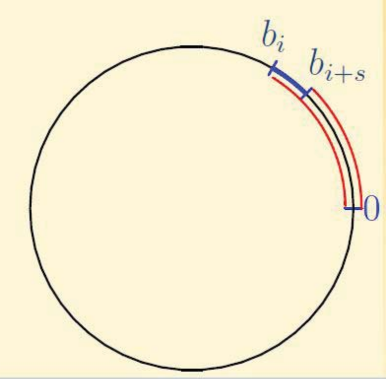
$$b_2 = f(b_1) = (f \circ f)(0),$$

...

$$b_n = f(b_{n-1}) = (\underbrace{f \circ \cdots \circ f}_{n\text{-krát}})(0).$$



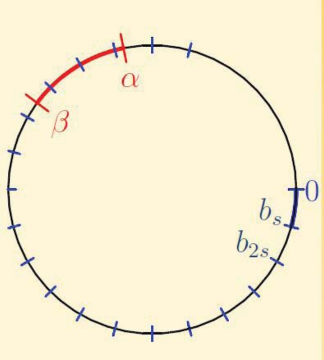
- Všimněme si, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ je délka oblouku $(0, b_n)$ rovna číslu a_n, a proto délka oblouku mezi body b_i a b_{i+s} je rovna číslu $\varepsilon < \beta - \alpha$. Takže $\underbrace{f \circ \cdots \circ f}_{s\text{-krát}}$ je otočení o úhel $2\pi\varepsilon$ radianů.



- Z uvedených úvah již snadno plyne, že nekonečně mnoho z bodů

$$b_s, \ b_{2s}, \ b_{3s}, \ b_{4s}, \ \dots$$

leží v oblouku (α, β) (jehož délka je větší než ε, což je délka oblouků s krajními body b_{ns}, $b_{(n+1)s}$), a proto nekonečně mnoho členů posloupnosti (a_n) leží v intervalu (α, β).



Problém:

Kolik je mocnin čísla 2, které začínají cifrou 7 ?

Problém:

Kolik je mocnin čísla 2, které začínají cifrou 7 ?

Řešení: Uvědomíme-li si, že

$$2^n \text{ začíná cifrou } 7$$

Problém:

$\boxed{\text{Kolik je mocnin čísla 2, které začínají cifrou 7?}}$

Řešení: Uvědomíme-li si, že

$$2^n \text{ začíná cifrou } 7$$
$$\Updownarrow$$
$$\exists k \in \mathbb{N}: \; 7 \cdot 10^k < 2^n < 8 \cdot 10^k$$

Problém:

$$\boxed{\text{Kolik je mocnin čísla 2, které začínají cifrou 7?}}$$

Řešení: Uvědomíme-li si, že

$$2^n \text{ začíná cifrou } 7$$

$$\Updownarrow$$

$$\exists k \in \mathbb{N} : \; 7 \cdot 10^k < 2^n < 8 \cdot 10^k$$

$$\Updownarrow$$

$$\exists k \in \mathbb{N} : \; k + \log 7 < n \log 2 < k + \log 8$$

Problém:

$$\boxed{\text{Kolik je mocnin čísla 2, které začínají cifrou 7 ?}}$$

Řešení: Uvědomíme-li si, že

$$2^n \text{ začíná cifrou } 7$$

$$\Updownarrow$$

$$\exists k \in \mathbb{N}: \; 7 \cdot 10^k < 2^n < 8 \cdot 10^k$$

$$\Updownarrow$$

$$\exists k \in \mathbb{N}: \; k + \log 7 < n \log 2 < k + \log 8$$

$$\Updownarrow$$

$$0 < \log 7 < n \log 2 - [n \log 2] < \log 8 < 1$$

Problém:

$\boxed{\text{Kolik je mocnin čísla 2, které začínají cifrou 7?}}$

Řešení: Uvědomíme-li si, že

$$2^n \text{ začíná cifrou } 7$$

$$\Updownarrow$$

$$\exists k \in \mathbb{N}: \;\; 7 \cdot 10^k < 2^n < 8 \cdot 10^k$$

$$\Updownarrow$$

$$\exists k \in \mathbb{N}: \;\; k + \log 7 < n \log 2 < k + \log 8$$

$$\Updownarrow$$

$$0 < \log 7 < n \log 2 - [n \log 2] < \log 8 < 1$$

a že $\log 2 \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$,

Problém:

Kolik je mocnin čísla 2, které začínají cifrou 7 ?

Řešení: Uvědomíme-li si, že

$$2^n \text{ začíná cifrou } 7$$
$$\Updownarrow$$
$$\exists k \in \mathbb{N}: \; 7 \cdot 10^k < 2^n < 8 \cdot 10^k$$
$$\Updownarrow$$
$$\exists k \in \mathbb{N}: \; k + \log 7 < n \log 2 < k + \log 8$$
$$\Updownarrow$$
$$0 < \log 7 < n \log 2 - [n \log 2] < \log 8 < 1$$

a že $\log 2 \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, zjistíme (viz dříve uvedenou větu), že

existuje nekonečně mnoho $n \in \mathbb{N}$ takových,

že 2^n začíná cifrou 7.

Domácí úkol:

Ukažte, že pro jakoukoliv konečnou posloupnost cifer existuje nekonečně mnoho $n \in \mathbb{N}$ takových, že dekadický zápis čísla 2^n touto posloupností začíná.

...a něco numerologie:

$1931\ldots = 2^{7462}$,	$1946\ldots = 2^{10475}$,	$1961\ldots = 2^{187}$,	$1976\ldots = 2^{1064}$,	$1991\ldots = 2^{1941}$,
$1932\ldots = 2^{569}$,	$1947\ldots = 2^{1446}$,	$1962\ldots = 2^{4459}$,	$1977\ldots = 2^{5336}$,	$1992\ldots = 2^{4077}$,
$1933\ldots = 2^{6977}$,	$1948\ldots = 2^{9990}$,	$1963\ldots = 2^{1838}$,	$1978\ldots = 2^{579}$,	$1993\ldots = 2^{1456}$,
$1934\ldots = 2^{84}$,	$1949\ldots = 2^{961}$,	$1964\ldots = 2^{3974}$,	$1979\ldots = 2^{4851}$,	$1994\ldots = 2^{3592}$,
$1935\ldots = 2^{6492}$,	$1950\ldots = 2^{7369}$,	$1965\ldots = 2^{10382}$,	$1980\ldots = 2^{94}$,	$1995\ldots = 2^{971}$,
$1936\ldots = 2^{1735}$,	$1951\ldots = 2^{476}$,	$1966\ldots = 2^{1353}$,	$1981\ldots = 2^{2230}$,	$1996\ldots = 2^{3107}$,
$1937\ldots = 2^{6007}$,	$1952\ldots = 2^{6884}$,	$1967\ldots = 2^{9897}$,	$1982\ldots = 2^{10774}$,	$1997\ldots = 2^{486}$,
$1938\ldots = 2^{1250}$,	$1953\ldots = 2^{2127}$,	$1968\ldots = 2^{868}$,	$1983\ldots = 2^{1745}$,	$1998\ldots = 2^{2622}$,
$1939\ldots = 2^{5522}$,	$1954\ldots = 2^{6399}$,	$1969\ldots = 2^{7276}$,	$1984\ldots = 2^{8153}$,	$1999\ldots = 2^{9030}$,
$1940\ldots = 2^{765}$,	$1955\ldots = 2^{1642}$,	$1970\ldots = 2^{383}$,	$1985\ldots = 2^{1260}$,	$2000\ldots = 2^{2137}$,
$1941\ldots = 2^{5037}$,	$1956\ldots = 2^{5914}$,	$1971\ldots = 2^{6791}$,	$1986\ldots = 2^{7668}$,	$2001\ldots = 2^{8545}$,
$1942\ldots = 2^{280}$,	$1957\ldots = 2^{1157}$,	$1972\ldots = 2^{2034}$,	$1987\ldots = 2^{775}$,	$2002\ldots = 2^{1652}$,
$1943\ldots = 2^{4552}$,	$1958\ldots = 2^{5429}$,	$1973\ldots = 2^{6306}$,	$1988\ldots = 2^{7183}$,	$2003\ldots = 2^{5924}$,
$1944\ldots = 2^{10960}$,	$1959\ldots = 2^{672}$,	$1974\ldots = 2^{1549}$,	$1989\ldots = 2^{290}$,	$2004\ldots = 2^{1167}$,
$1945\ldots = 2^{1931}$,	$1960\ldots = 2^{4944}$,	$1975\ldots = 2^{5821}$,	$1990\ldots = 2^{6698}$,	$2005\ldots = 2^{5439}$,

$$\begin{array}{lllll}
2006... = 2^{682}, & 2010... = 2^{10877}, & 2014... = 2^{7771}, & 2018... = 2^{4665}, & 2022... = 2^{3695}, \\
2007... = 2^{4954}, & 2011... = 2^{1848}, & 2015... = 2^{878}, & 2019... = 2^{2044}, & 2023... = 2^{10103}, \\
2008... = 2^{197}, & 2012... = 2^{8256}, & 2016... = 2^{7286}, & 2020... = 2^{4180}, & 2024... = 2^{1074}, \\
2009... = 2^{4469}, & 2013... = 2^{1363}, & 2017... = 2^{393}, & 2021... = 2^{1559}, & 2025... = 2^{7482}.
\end{array}$$

Prohlédněme si pro inspiraci tato čísla z intervalu $\langle 0,1\rangle$:

$$0,06,\;\; 0,55,\;\; 0,77,\;\; 0,39,\;\; 0,96,\;\; 0,28,\;\; 0,64,$$

$$0,13,\;\; 0,88,\;\; 0,48,\;\; 0,19,\;\; 0,71,\;\; 0,35,\;\; 0,82.$$

Prohlédněme si pro inspiraci tato čísla z intervalu $\langle 0, 1\rangle$:

$$0,06,\ \ 0,55,\ \ 0,77,\ \ 0,39,\ \ 0,96,\ \ 0,28,\ \ 0,64,$$

$$0,13,\ \ 0,88,\ 0,48,\ \ 0,19,\ \ 0,71,\ \ 0,35,\ \ 0,82.$$

Dá se ukázat, že pro těchto H. Steinhausem nalezených 14 čísel platí:

Prohlédněme si pro inspiraci tato čísla z intervalu $\langle 0,1\rangle$:

$$0,06,\ \ 0,55,\ \ 0,77,\ \ 0,39,\ \ 0,96,\ \ 0,28,\ \ 0,64,$$

$$0,13,\ \ 0,88,\ 0,48,\ \ 0,19,\ \ 0,71,\ \ 0,35,\ \ 0,82.$$

Dá se ukázat, že pro těchto H. Steinhausem nalezených 14 čísel platí:

- první dvě z nich leží v různých polovinách intervalu $\langle 0,1\rangle$,

Prohlédněme si pro inspiraci tato čísla z intervalu $\langle 0, 1\rangle$:

$$0,06,\ 0,55,\ 0,77,\ 0,39,\ 0,96,\ 0,28,\ 0,64,$$

$$0,13,\ 0,88,\ 0,48,\ 0,19,\ 0,71,\ 0,35,\ 0,82.$$

Dá se ukázat, že pro těchto H. Steinhausem nalezených 14 čísel platí:

- první dvě z nich leží v různých polovinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- první tři leží v různých třetinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,

Prohlédněme si pro inspiraci tato čísla z intervalu $\langle 0, 1\rangle$:

$$0,06,\ \ 0,55,\ \ 0,77,\ \ 0,39,\ \ 0,96,\ \ 0,28,\ \ 0,64,$$

$$0,13,\ \ 0,88,\ 0,48,\ \ 0,19,\ \ 0,71,\ \ 0,35,\ \ 0,82.$$

Dá se ukázat, že pro těchto H. Steinhausem nalezených 14 čísel platí:

- první dvě z nich leží v různých polovinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- první tři leží v různých třetinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- první čtyři leží v různých čtvrtinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,

Prohlédněme si pro inspiraci tato čísla z intervalu $\langle 0, 1\rangle$:

$$0,06,\ \ 0,55,\ \ 0,77,\ \ 0,39,\ \ 0,96,\ \ 0,28,\ \ 0,64,$$

$$0,13,\ \ 0,88,\ 0,48,\ \ 0,19,\ \ 0,71,\ \ 0,35,\ \ 0,82.$$

Dá se ukázat, že pro těchto H. Steinhausem nalezených 14 čísel platí:

- první dvě z nich leží v různých polovinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- první tři leží v různých třetinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- první čtyři leží v různých čtvrtinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- prvních pět čísel leží v různých pětinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,

Prohlédněme si pro inspiraci tato čísla z intervalu $\langle 0, 1\rangle$:

$$0,06,\ \ 0,55,\ \ 0,77,\ \ 0,39,\ \ 0,96,\ \ 0,28,\ \ 0,64,$$

$$0,13,\ \ 0,88,\ 0,48,\ \ 0,19,\ \ 0,71,\ \ 0,35,\ \ 0,82.$$

Dá se ukázat, že pro těchto H. Steinhausem nalezených 14 čísel platí:

- první dvě z nich leží v různých polovinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- první tři leží v různých třetinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- první čtyři leží v různých čtvrtinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- prvních pět čísel leží v různých pětinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- $\ldots$.

Prohlédněme si pro inspiraci tato čísla z intervalu $\langle 0, 1\rangle$:

$$0,06,\ \ 0,55,\ \ 0,77,\ \ 0,39,\ \ 0,96,\ \ 0,28,\ \ 0,64,$$

$$0,13,\ \ 0,88,\ 0,48,\ \ 0,19,\ \ 0,71,\ \ 0,35,\ \ 0,82.$$

Dá se ukázat, že pro těchto H. Steinhausem nalezených 14 čísel platí:

- první dvě z nich leží v různých polovinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- první tři leží v různých třetinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- první čtyři leží v různých čtvrtinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- prvních pět čísel leží v různých pětinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$,
- $\dots$.

Problém:
Existuje posloupnost čísel $a_1,\ a_2,\ a_3,\ \dots$ v intervalu $\langle 0, 1\rangle$ taková, aby pro každé $n \in \mathbb{N}$ ležela čísla $a_1,\ a_2,\ \dots,\ a_n$ v různých n-tinách intervalu $\langle 0, 1\rangle$?

E. R. Berlekamp a R. L. Graham dokázali v roce 1970, že takovýchto čísel nemůže být více než 17

E. R. Berlekamp a R. L. Graham dokázali v roce 1970, že takovýchto čísel nemůže být více než 17 a M. Warmus v roce 1976 mnoho takovýchto sérií 17 čísel našel.

E. R. Berlekamp a R. L. Graham dokázali v roce 1970, že takovýchto čísel nemůže být více než 17 a M. Warmus v roce 1976 mnoho takovýchto sérií 17 čísel našel. Například tuto:

$$\frac{4}{7}, \frac{2}{7}, \frac{16}{17}, \frac{1}{14}, \frac{8}{11}, \frac{5}{11}, \frac{1}{7}, \frac{14}{17}, \frac{3}{8},$$

$$\frac{11}{17}, \frac{3}{14}, \frac{15}{17}, \frac{1}{2}, 0, \frac{13}{17}, \frac{5}{16}, \frac{10}{17}.$$

BOUCHALA

B

OB

UOB

UOBC

UOHBC

UOH ABC

ULOH ABC

ULOHA ABC

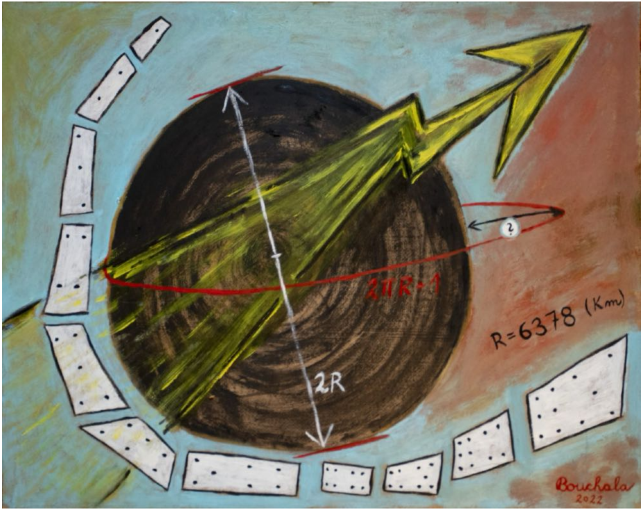
A

A

Jak rozkrájet dort

B

B



Matematika je takové velké černé kolo, které jakoby bylo blesk

C

C

Šachový (?) problém

Literatura a zdroje

P. Strzelecki
On powers of 2
EMS Newsletter, No. 52 (2004), 7-8

V. Jarník
Diferenciální počet II
Academia, Praha (1976), 72-74

D. Acheson
1089 a vše, co s tím souvisí. Moment překvapení v matematice.
Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, vol. 49 (2004), issue 1, pp. 24-31 (http://dml.cz/handle/10338.dmlcz/141206)

http://mathworld.wolfram.com/18-PointProblem.html

Literatura a zdroje

P. Strzelecki
On powers of 2
EMS Newsletter, No. 52 (2004), 7-8

V. Jarník
Diferenciální počet II
Academia, Praha (1976), 72-74

D. Acheson
1089 a vše, co s tím souvisí. Moment překvapení v matematice.
Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, vol. 49 (2004), issue 1, pp. 24-31
(http://dml.cz/handle/10338.dmlcz/141206)

http://mathworld.wolfram.com/18-PointProblem.html

http://am.vsb.cz/osma

Literatura a zdroje

P. Strzelecki
On powers of 2
EMS Newsletter, No. 52 (2004), 7-8

V. Jarník
Diferenciální počet II
Academia, Praha (1976), 72-74

D. Acheson
1089 a vše, co s tím souvisí. Moment překvapení v matematice.
Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, vol. 49 (2004), issue 1, pp. 24-31
(http://dml.cz/handle/10338.dmlcz/141206)

http://mathworld.wolfram.com/18-PointProblem.html

http://am.vsb.cz/osma

Děkuji vám za pozonrost!

Literatura a zdroje

P. Strzelecki
On powers of 2
EMS Newsletter, No. 52 (2004), 7-8

V. Jarník
Diferenciální počet II
Academia, Praha (1976), 72-74

D. Acheson
1089 a vše, co s tím souvisí. Moment překvapení v matematice.
Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, vol. 49 (2004), issue 1, pp. 24-31
(http://dml.cz/handle/10338.dmlcz/141206)

http://mathworld.wolfram.com/18-PointProblem.html

http://am.vsb.cz/osma

Děkuji vám za pozornost!