Suneung

Celostátní setkání učitelů matematiky středních škol
Brno, 9. – 11. říjen 2024

Střední škola informatiky, poštovnictví a finančnictví, Brno

RNDr. Dag Hrubý, M. M.

edukátor transmisivní industriální školy
řešitel grantu: UMMPRTLPSZT

Program přednášky

1. ÚT
2. ÚT
3. ÚT

Hádanka

* **11. říjen 1937**

anglický fotbalista

téměř celou svou kariéru odehrál Manchesteru United

1966 nejlepším fotbalistou Anglie

v roce 1994 získal rytířský titul

Sir Robert „Bobby“ Charlton

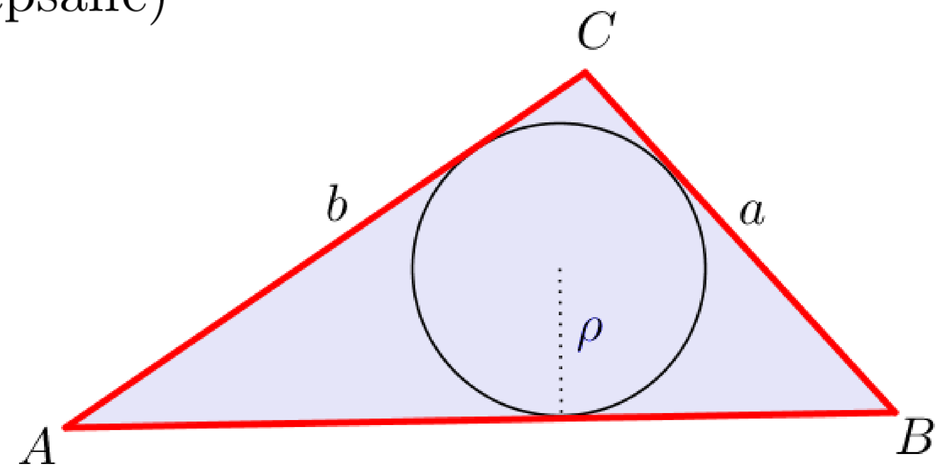
Abero

Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno a, b, ϱ.

(ϱ je poloměr kružnice trojúhelníku vepsané)

$$(a, b, \varrho) \longrightarrow (a, b, c)$$

$$c = c(a, b, \varrho)$$



$$c^3 - (a+b)c^2 - [(a-b)^2 - 4\rho^2]c + [(a-b)^2 + 4\rho^2](a+b) = 0$$

$$T = \{a, b, c, \alpha, \beta, \gamma, v_a, v_b, v_c, t_a, t_b, t_c, \varrho, r\}$$

Abero

Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno:

$(a, b, c), (a, b, \alpha), (a, b, \beta), (a, b, \gamma), (a, b, v_a), (a, b, v_b), (a, b, v_c), (a, b, t_a), (a, b, t_b), (a, b, t_c), (a, b, \varrho), (a, b, r),$
$((a, c, \alpha), (a, c, \beta), (a, c, \gamma), (a, c, v_a), (a, c, v_b), (a, c, v_c), (a, c, t_a), (a, c, t_b), (a, c, t_c), (a, c, \varrho), (a, c, r), (b, c, \alpha),$
$(b, c, \beta), (b, c, \gamma), (b, c, v_a), (b, c, v_b), (b, c, v_c), (b, c, t_a), (b, c, t_b), (b, c, t_c), (b, c, \varrho), (b, c, r), (a, \alpha, \beta), (a, \alpha, \gamma),$
$(a, \alpha, v_a), (a, \alpha, v_b), (a, \alpha, v_c), (a, \alpha, t_a), (a, \alpha, t_b), (a, \alpha, t_c), (a, \alpha, \varrho), (a, \alpha, r), (a, \beta, \gamma), (a, \beta, v_a), (a, \beta, v_b), (a, \beta, v_c),$
$(a, \beta, t_a), (a, \beta, t_b), (a, \beta, t_c), (a, \beta, \varrho), (a, \beta, r), (a, \gamma, v_a), (a, \gamma, v_b), (a, \gamma, v_c), (a, \gamma, t_a), (a, \gamma, t_b), (a, \gamma, t_c), (a, \gamma, \varrho),$
$(a, \gamma, r), (a, v_a, v_b), (a, v_a, v_c), (a, v_a, t_a), (a, v_a, t_b), (a, v_a, t_c), (a, v_a, \varrho), (a, v_a, r), (a, v_b, v_c), (a, v_b, t_a), (a, v_b, t_b), (a, v_b, t_c),$
$(a, v_b, \varrho), (a, v_b, r), (a, v_c, t_a), (a, v_c, t_b), (a, v_c, t_c), (a, v_c, \varrho), (a, v_c, r), (a, t_a, t_b), (a, t_a, t_c), (a, t_a, \varrho), (a, t_a, r), (a, t_b, t_c),$
$(a, t_b, \varrho), (a, t_b, r), (a, t_c, \varrho), (a, t_c, r), (a, \varrho, r), (b, \alpha, \beta), (b, \alpha, \gamma), (b, \alpha, t_a), (b, \alpha, t_b), (b, \alpha, t_c), (b, \alpha, v_a), (b, \alpha, v_b),$
$(b, \alpha, v_c), (b, \alpha, \varrho), (b, \alpha, r), (b, \beta, \gamma), (b, \beta, v_a), (b, \beta, v_b), (b, \beta, v_c), (b, \beta, t_a), (b, \beta, t_b), (b, \beta, t_c), (b, \beta, \varrho), (b, \beta, r),$
$(b, \gamma, v_a), (b, \gamma, v_b), (b, \gamma, v_c), (b, \gamma, t_a), (b, \gamma, t_b), (b, \gamma, t_c), (b, \gamma, \varrho), (b, \gamma, r), (b, v_a, v_b), (b, v_a, v_c), (b, v_a, t_a), (b, v_a, t_b),$
$(b, v_a, t_c), (b, v_a, \varrho), (b, v_a, r), (b, v_b, v_c), (b, v_b, t_a), (b, v_b, t_b), (b, v_b, t_c), (b, v_b, \varrho), (b, v_b, r), (b, v_c, t_a), (b, v_c, t_b), (b, v_c, t_c),$
$(b, v_c, \varrho), (b, v_c, r), (b, t_a, t_b), (b, t_a, t_c), (b, t_a, \varrho), (b, t_a, r), (b, t_b, t_c), (b, t_b, \varrho), (b, t_b, r), (b, t_c, \varrho), (b, t_c, r), (b, \varrho, r),$
$(c, \alpha, \gamma), (c, \alpha, \beta), (c, \alpha, t_a), (c, \alpha, t_b), (c, \alpha, t_c), (c, \alpha, v_a), (c, \alpha, v_b), (c, \alpha, v_c), (c, \alpha, \varrho), (c, \alpha, r), (c, \beta, \gamma), (c, \beta, v_a),$
$(c, \beta, v_b), (c, \beta, v_c), (c, \beta, t_a), (c, \beta, t_b), (c, \beta, t_c), (c, \beta, \varrho), (c, \beta, r), (c, \gamma, v_a), (c, \gamma, v_b), (c, \gamma, v_c), (c, \gamma, t_a), (c, \gamma, t_b),$
$(c, \gamma, t_c), (c, \gamma, \varrho), (c, \gamma, r), (c, v_a, v_b), (c, v_a, v_c), (c, v_a, t_a), (c, v_a, t_b), (c, v_a, t_c), (c, v_a, \varrho), (c, v_a, r), (c, v_b, v_c), (c, v_b, t_a),$
$(c, v_b, t_b), (c, v_b, t_c), (c, v_b, \varrho), (c, v_b, r), (c, v_c, t_a), (c, v_c, t_b), (c, v_c, t_c), (c, v_c, \varrho), (c, v_c, r), (c, t_a, t_c), (c, t_a.t_b), (c, t_a, \varrho),$
$(c, t_a, r), (c, t_b, t_c), (c, t_b, \varrho), (c, t_b, r), (c, t_c, \varrho), (c, t_c, r), (c, \varrho, r),$

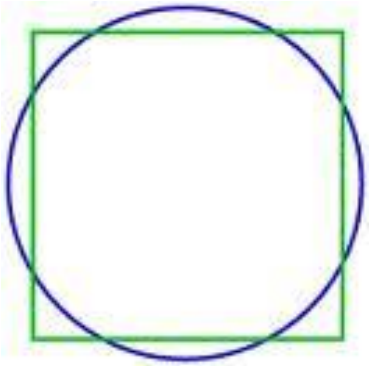
Abero

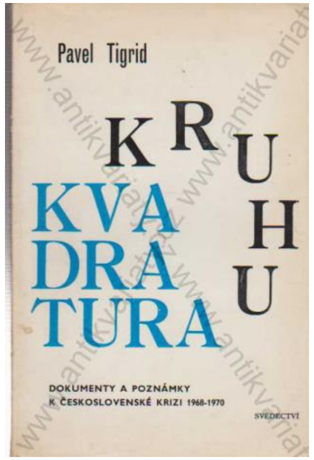
$(\alpha, \beta, \gamma), (\alpha, \beta, \upsilon_a), (\alpha, \beta, \upsilon_b), (\alpha, \beta, \upsilon_c), (\alpha, \beta, t_a), (\alpha, \beta, t_b), (\alpha, \beta, t_c), (\alpha, \beta, \varrho), (\alpha, \beta, r), (\alpha, \gamma, \upsilon_a)(\alpha, \gamma, \upsilon_b), (\alpha, \gamma, \upsilon_c),$
$(\alpha, \gamma, t_a), (\alpha, \gamma, t_b), (\alpha, \gamma, t_c), (\alpha, \gamma, \varrho), (\alpha, \gamma, r), (\alpha, \upsilon_a, \upsilon_b), (\alpha, \upsilon_a, \upsilon_c), (\alpha, \upsilon_a, t_a), (\alpha, \upsilon_a, t_b), (\alpha, \upsilon_a, t_c), (\alpha, \upsilon_a, \varrho), (\alpha, \upsilon_a, r),$
$(\alpha, \upsilon_b, \upsilon_c), (\alpha, \upsilon_b, t_a), (\alpha, \upsilon_b, t_b), (\alpha, \upsilon_b, t_c), (\alpha, \upsilon_b, \varrho), (\alpha, \upsilon_b, r), (\alpha, \upsilon_c, t_a), (\alpha, \upsilon_c, t_b), (\alpha, \upsilon_c, t_c), (\alpha, \upsilon_c, \varrho), (\alpha, \upsilon_c, r), (\alpha, t_a, t_b),$
$(\alpha, t_a, t_c), (\alpha, t_a, \varrho), (\alpha, t_a, r), (\alpha, t_b, t_c), (\alpha, t_b, \varrho), (\alpha, t_b, r), (\alpha, t_c, \varrho), (\alpha, t_c, r), (\alpha, \varrho, r), (\beta, \gamma, \upsilon_a), (\beta, \gamma, \upsilon_b), (\beta, \gamma, \upsilon_c),$
$(\beta, \gamma, t_a), (\beta, \gamma, t_b), (\beta, \gamma, t_c), (\beta, \gamma, \varrho), (\beta, \gamma, r), (\beta, \upsilon_a, \upsilon_b), (\beta, \upsilon_a, \upsilon_c), (\beta, \upsilon_a, t_a), (\beta, \upsilon_a, t_b), (\beta, \upsilon_a, t_c), (\beta, \upsilon_a, \varrho), (\beta, \upsilon_a, r),$
$(\beta, \upsilon_b, \upsilon_c), (\beta, \upsilon_b, t_a), (\beta, \upsilon_b, t_b), (\beta, \upsilon_b, t_c), (\beta, \upsilon_b, \varrho), (\beta, \upsilon_b, r), (\beta, \upsilon_c, t_a), (\beta, \upsilon_c, t_b), (\beta, \upsilon_c, t_c), (\beta, \upsilon_c, \varrho), (\beta, \upsilon_c, r), (\beta, t_a, t_b)$
$(\beta, t_a, t_c), (\beta, t_a, \varrho), (\beta, t_a, r), (\beta, t_b, t_c), (\beta, t_b, \varrho), (\beta, t_b, r)(\beta, t_c, \varrho), (\beta, t_c, r), (\beta, \varrho, r), (\gamma, \upsilon_a, \upsilon_b), (\gamma, \upsilon_a, \upsilon_c), (\gamma, \upsilon_a, t_a),$
$(\gamma, \upsilon_a, t_b), (\gamma, \upsilon_a, t_c), (\gamma, \upsilon_a, \varrho), (\gamma, \upsilon_a, r), (\gamma, \upsilon_b, \upsilon_c), (\gamma, \upsilon_b, t_a), (\gamma, \upsilon_b, t_b), (\gamma, \upsilon_b, t_c), (\gamma, \upsilon_b, \varrho), (\gamma, \upsilon_b, r), (\gamma, \upsilon_c, t_a), (\gamma, \upsilon_c, t_b)$
$(\gamma, \upsilon_c, t_c), (\gamma, \upsilon_c, \varrho), (\gamma, \upsilon_c, r), (\gamma, t_a, t_b), (\gamma, t_a, t_c), (\gamma, t_a, \varrho), (\gamma, t_a, r), (\gamma, t_b, t_c), (\gamma, t_b, \varrho), (\gamma, t_b, r), (\gamma, t_c, \varrho,), (\gamma, t_c, r),$
$(\gamma, \varrho, r), (\upsilon_a, \upsilon_b, \upsilon_c), (\upsilon_a, \upsilon_b, t_a), (\upsilon_a, \upsilon_b, t_b), (\upsilon_a, \upsilon_b, t_c), (\upsilon_a, \upsilon_b, \varrho), (\upsilon_a, \upsilon_b, r), (\upsilon_a, \upsilon_c, t_a), (\upsilon_a, \upsilon_c, t_b), (\upsilon_a, \upsilon_c, t_c), (\upsilon_a, \upsilon_c, \varrho), (\upsilon_a, \upsilon_c, r),$
$(\upsilon_a, t_a, t_b), (\upsilon_a, t_a, t_c), (\upsilon_a, t_a, \varrho), (\upsilon_a, t_a, r), (\upsilon_a, t_b, t_c), (\upsilon_a, t_b, \varrho), (\upsilon_a, t_b, r), (\upsilon_a, t_c, \varrho), (\upsilon_a, t_c, r), (\upsilon_a, \varrho, r), (\upsilon_b, \upsilon_c, t_a), (\upsilon_b, \upsilon_c, t_b),$
$(\upsilon_b, \upsilon_c, t_c), (\upsilon_b, \upsilon_c, \varrho), (\upsilon_b, \upsilon_c, r), (\upsilon_b, t_a, t_b), (\upsilon_b, t_a, t_c), (\upsilon_b, t_a, \varrho), (\upsilon_b, t_a, r), (\upsilon_b, t_b, t_c), (\upsilon_b, t_b, \varrho), (\upsilon_b, t_b, r), (\upsilon_b, t_c, \varrho), (\upsilon_b, t_c, r)$
$(\upsilon_b, \varrho, r), (\upsilon_c, t_a, t_b), (\upsilon_c, t_a, t_c), (\upsilon_c, t_a, \varrho), (\upsilon_c, t_a, r), (\upsilon_c, t_b, t_c), (\upsilon_c, t_b, \varrho), (\upsilon_c, t_b, r), (\upsilon_c, t_c, \varrho), (\upsilon_c, t_c, r), (\upsilon_c, \varrho, r), (t_a, t_b, t_c),$
$(t_a, t_b, \varrho), (t_a, t_b, r), (t_a, t_c, \varrho), (t_a, t_c, r), (t_b, t_c, \varrho), (t_b, t_c, r), (t_a, \varrho, r), (t_b, \varrho, r), (t_c, \varrho, r)$

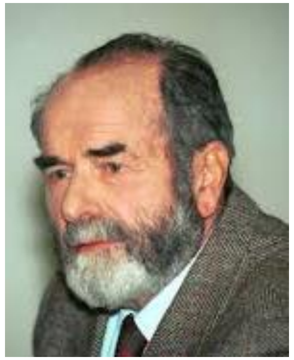
Abero

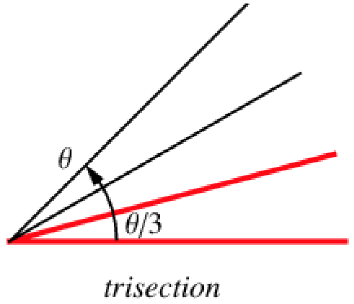
Kvadratura kruhu
Trisekce úhlu
Reduplikace krychle

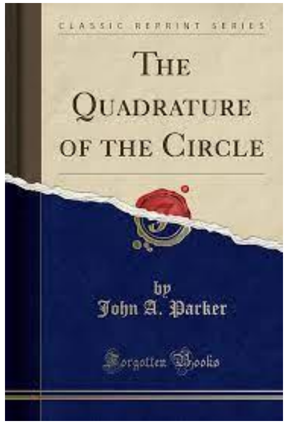
(Délský - Délfský problém)







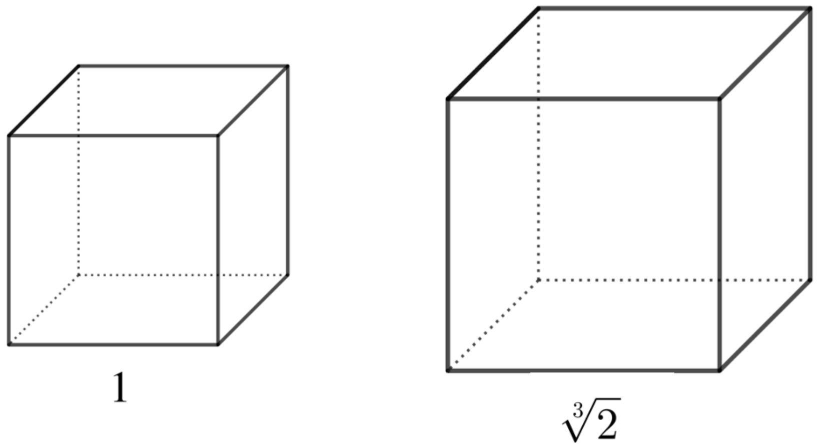


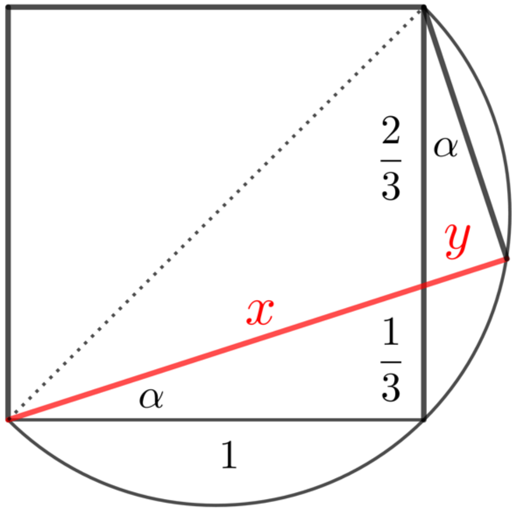


Konstruovatelná úsečka

Eukleidovská konstrukce neboli **konstrukce pomocí kružítka a pravítka** označuje konstrukci geometrických objektů pouze pomocí idealizovaného pravítka a kružítka. O pravítku se předpokládá, že má nekonečnou délku, jen jednu hranu a žádné značky pro měření, o kružítku se předpokládá, že může nakreslit jakkoli velikou kružnici.

Reduplikace krychle





$$y : \frac{2}{3} = \frac{1}{3} : x = \frac{1}{3} : \frac{\sqrt{10}}{3} \rightarrow y = \frac{\sqrt{10}}{15}$$

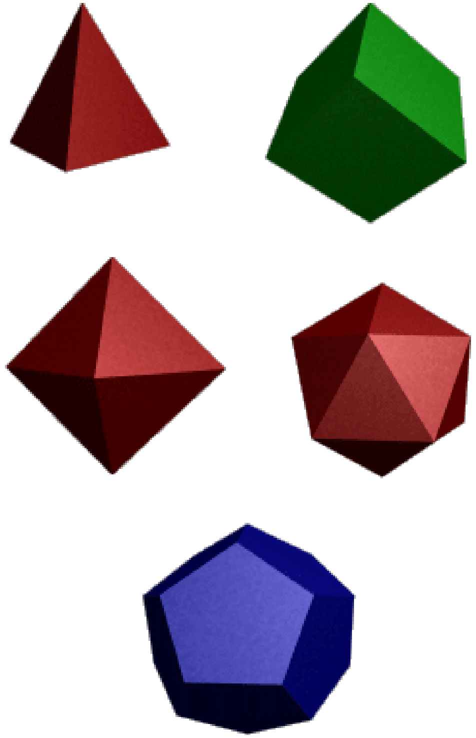
$$\sqrt[3]{2} = 1,259921\ldots$$

$$x + y = \frac{\sqrt{10}}{3} + \frac{\sqrt{10}}{15} = \frac{2\sqrt{10}}{5} = 1,264911\ldots$$

Abero

Οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εισίτω

Číslo, bod, přímka, rovina



Co mne zaujalo

Memorandum o škole a matematice **(Petr Vopěnka)**

Knihy, které by měl mít každý student gymnázia.

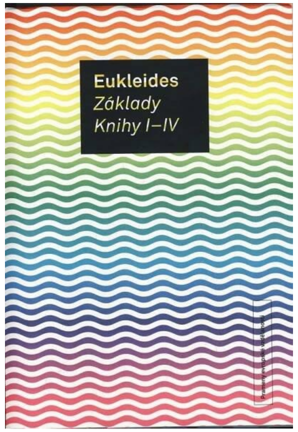
Servít, František. ***Eukleidovy Základy.*** Jednota českých mathematiků, 1907.

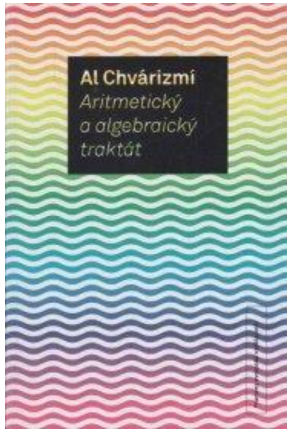
Muhammad ibn Músa al Chórézmí. ***Algebraický a aritmetický traktát***. OPS, 2009.

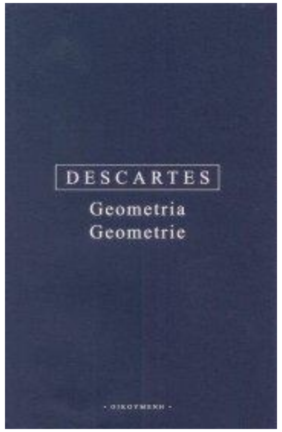
Descartes, René. ***Geometrie.*** Oikoymenh, 2010.

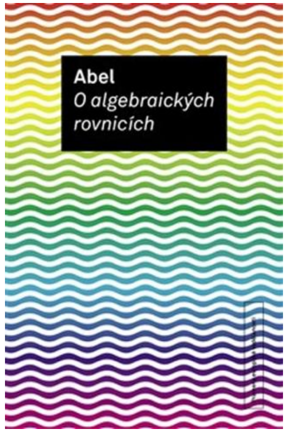
Abel, Niels, Henryk. ***O algebraických rovnicích.*** OPS, 2011.

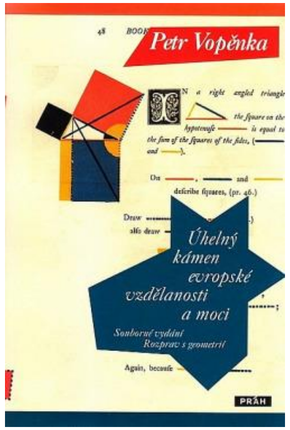
Vopěnka, Petr. ***Kniha o neeukleidovských geometriích.***
(4. část knihy *Úhelný kámen evropské vzdělanosti a moci*. Práh, 2016).



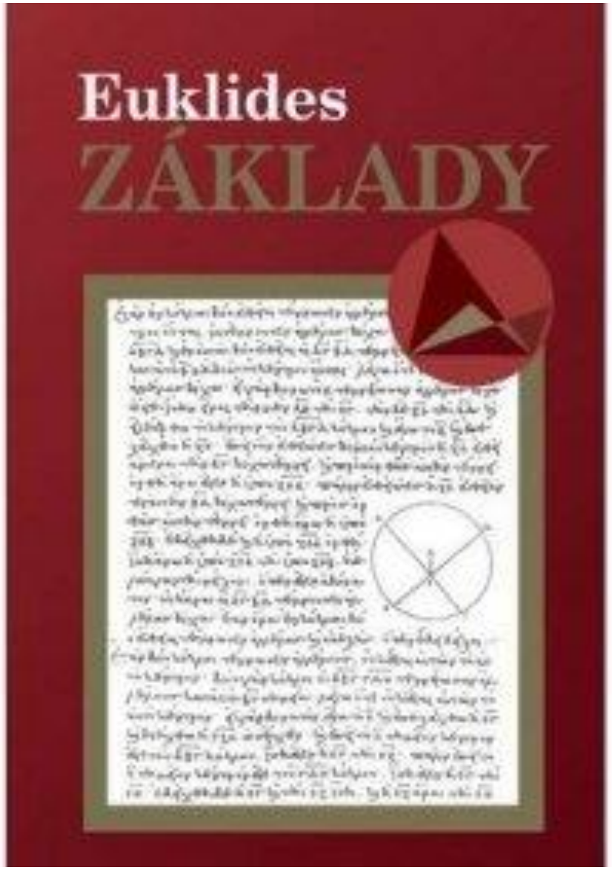








Základy



EUKLEIDÉS. *Základy*. Bratislava: Perfekt, 2022.
ISBN 978-80-8226-031-4.
Přeložil Ján Čižmár

Korejská republika

Korejská republika (Jižní Korea)
Tehan minguk (대한민국 Republika velkého národa Han)

51 779 203 obyvatel (2019)

Soul (korejsky: 서울특별시, zvuk Sŏul Tchŭkpjŏlši) je hlavní město Jižní Koreje (Korejské republiky), přes 10 milionů obyvatel (v aglomeraci přes 24 milionů).

Školství v Jižní Koreji

Školní rok začíná v březnu a je rozdělen na dva semestry. První je od března do konce července, druhý od září do konce ledna.

Mateřská škola nejsou součástí obecného vzdělávacího administrativního programu

Základní škola „chodeunghakkyo" (초등학교 ? ,初等學校)	6	(1. až 6. třída), od 7 do 13 let
Nižší střední škola „chunghakkyo" (중학교, 中學校)	3	(7. až 9. třída), uniformy
Střední škola „kodeunhakkyo" (고등학교, 高等學校)	3	(10. až 12. třída)

všeobecné zaměření
specializované školy
profesní střední školy

50 - 60 žáků v třídě, hodina 50 minut, výuka od 8:00 do 16:00 – 16:30, úklid třídy, následuje škola **Hagwon,** návrat domů mezi 22:00 – 24:00, **Hagwon** navštěvuje 84 % středoškolských studentů, kteří hodlají vstoupit na univerzitu, ale také 45 % dětí základních **škol** a každý druhý středoškolák, soukromé doučovací instituty v Jižní Koreji, (https://cs.wikiital.com/wiki/Hagwon)

Vysoká škola	4

Suneung

Suneung hraje hlavní roli v jihokorejském vzdělávacím systému. Mnoho studentů se snaží zapsat do jednoho ze tří nejprestižnějších center v zemi — National University , Korea University a Yonsei University Suneung

SKY je zkratka pro 3 nejprestižnější univerzity v Jižní Koreji

V roce 2010 bylo oznámeno, že 46,3 % vysokých vládních úředníků a 50 % vedoucích představitelů hlavních finančních odvětví byli absolventi univerzit SKY.

Suneung

1. **Korejský jazyk a literatura** 45 otázek, 100 bodů, 80 minut (8:40-10:00)
2. **Matematika** 30 otázek (21+9), 100 bodů, 100 minut (10:30-12:10)
3. **Anglický jazyk** 45 otázek, 100 bodů, 70 minut (13:10-14:20)
4. **Korejská historie a volitelný předmět** 20 otázek, 50 bodů, 100 minut (14:50-16:30)
   1. Korejské dějiny, povinný předmět
   2. Volitelný předmět v závislosti na profesní dráze

      Sociální studia (výběr ze dvou předmětů), etika a myšlení, světové dějiny a asijské dějiny, národní a světová geografie, právo a politika, ekonomika, společnost a kultura

      Věda (výběr ze dvou předmětů), fyzika, chemie, biologie, vědy o Zemi

      Odborné vzdělávání (výběr ze dvou předmětů), základy zemědělství, základní zemědělské techniky, základy průmyslu, technický výkres, komerční ekonomie, účetní zásady, základy oceánografie, základy rybářského a námořního průmyslu, lidský vývoj, základy průmyslu v sektoru služeb
5. **Cizí jazyk nebo čínsko-korejské znaky** 30 otázek, 50 bodů, 40 minut (17:00-17:40)

   výběr z němčiny, arabštiny, čínštiny, španělštiny, francouzštiny, japonštiny, ruštiny, čínsko - korejštiny (Hanja) a vietnamštiny

https://cs.wiki34.com/wiki/Suneung_(examen)

2023학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\left(\dfrac{4}{2^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_2+a_4=30, \quad a_4+a_6=\frac{15}{2}$$

를 만족시킬 때, a_1의 값은? [3점]

① 48 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 80

Suneung

Přijímací zkouška na vysokou školu se v Koreji nazývá College Scholastic Ability Test (CSAT), také známý jako Suneung (수능).

Suneung je celostátní zkouška pro korejské studenty středních škol, která určuje, zda se mohou dostat na vysokou školu. Je známá jako jedna z nejvíce stresujících zkoušek na světě. Obvykle se koná každý rok třetí čtvrtek v listopadu, skládá ji přibližně půl milionu studentů. Zkouška se koná ve více než 1000 testovacích centrech po celé zemi. Tato 8hodinová zkouška, sestávající se převážně z otázek s výběrem odpovědí z navazujících písemek, se skládá ze 6 částí – korejština, matematika, angličtina, historie, sociální studia a druhý cizí jazyk. V den zkoušky je národ zastaven. Suneung se koná od 8:40 do 17:40 (kromě oběda a přestávky v délce 1 hodiny).

Suneung je pro studenta v Koreji vyvrcholením celé akademické kariéry. Zejména na střední škole se život studentů točí kolem tohoto testu, kdy většina studentů přichází do školy v 7 hodin ráno a domů se dostane až dlouho po půlnoci. Typický den se skládá z přibližně 10 hodin školy, krátké přestávky na večeři a zbytku večera stráveného ve studovnách, nacpaných školách nebo knihovnách.

Suneung

- ten den se zastaví život v celé zemi
- obchody otevírají o hodinu později
- armáda omezuje přesun techniky aby se netvořily zácpy
- komu hrozí, že by přišel pozdě, toho zaveze k učebně policie se zapnutými majáčky
- když probíhá poslechová zkouška angličtiny, nesmějí létat letadla, autobusy a vlaky musí zpomalit a řidiči mají zakázáno troubit
- ve velmi soutěživé společnosti podřizuje mládež celý svůj dosavadní život této chvíli
- studenti leží od rána do noci v knihách, učit se doma či na internátu do půlnoci je povinnost
- na Korejskou státní univerzitu se hlásí 450 000 studentů, dostane se jich 0,01 %
- dokumentární film *Dotkni se nebe (Reach for the SKY)*

Suneung

Úloha 1

Funkce $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + ax + 5$ má maximum v bodě $x = 1$ a minimum v bodě $x = b$. Jaká je hodnota $a + b$?

$[12, 14, 16, 18, 20]$

Řešení:

$y' = 6x^2 - 18x + a = 0$

$$x = \frac{18 - \sqrt{324 - 24a}}{12}$$

$$\sqrt{324 - 24a} = 6$$
$$324 - 24a = 36$$
$$a = 12$$

$y' = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x-1)(x-2)$

$b = 2$

$$a + b = 12 + 2 = 14$$

Suneung

Úloha 2

Pro geometrickou posloupnost a_n platí $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{a_n+1}{3^n+2^{2n-1}}=3.$Určete a_2.

$[16, 18, 20, 22, 24]$

Řešení:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{a_n+1}{3^n+2^{2n-1}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{a_n}{3^n+2^{2n-1}}+\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{3^n+2^{2n-1}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{a_n}{3^n+2^{2n-1}}$$

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{a_n}{3^n+2^{2n-1}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{a_n}{3^n+4^n\frac{1}{2}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{a_n}{4^n\left[\left(\frac{3}{4}\right)^n+\frac{1}{2}\right]}=\lim_{n\to+\infty}\frac{2a_n}{4^n}=3$$

$$2a_n=3\cdot4^n\to a_n=\frac{3}{2}4^n\to a_1=6, a_2=24, q=4$$

Suneung

Úloha 3

Funkce $f(x) = ae^{2x} + be^{x} + c$ splňuje následující podmínky

$a)\ \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)+6}{e^x} = 1 \qquad b)\ f(\ln 2) = 0$

Pro funkci $g(x)$ inverzní k $f(x)$ platí $\displaystyle\int_0^{14} g(x)dx = p + q\ln 2$. Určete hodnotu $p + q$.

Řešení:

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)+6}{e^x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{ae^{2x}+be^{x}+c+6}{e^x} = 1 \to c = -6.$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)+6}{e^x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{ae^{2x}+be^{x}}{e^x} = 1 \to b = 1$$

Suneung

$$f(\ln 2) = ae^{2\ln 2} + be^{\ln 2} + c = 4a + 2 - 6 = 0 \rightarrow a = 1$$

$$y = e^{2x} + e^{x} - 6$$

$$e^{2x} + e^{x} - 6 - y = 0$$

$$e^{x} = \frac{-1 + \sqrt{25 + 4y}}{2}$$

$$x = \ln\left(\frac{-1 + \sqrt{25 + 4y}}{2}\right)$$

$$y = \ln\left(\frac{-1 + \sqrt{25 + 4x}}{2}\right)$$

$$\int_{0}^{14} g(x)dx = \int_{0}^{14} \ln\left(\frac{-1 + \sqrt{25 + 4x}}{2}\right)dx$$

$$\sqrt{25 + 4x} = 2t + 1 \rightarrow \frac{2dx}{\sqrt{25 + 4x}} = 2dt \rightarrow dx = (2t + 1)dt$$

$$x = 0 \rightarrow t = 2, x = 14, t = 4$$

$$\int_{0}^{14} g(x)dx = \int_{2}^{4} (2t + 1)\ln t dt$$

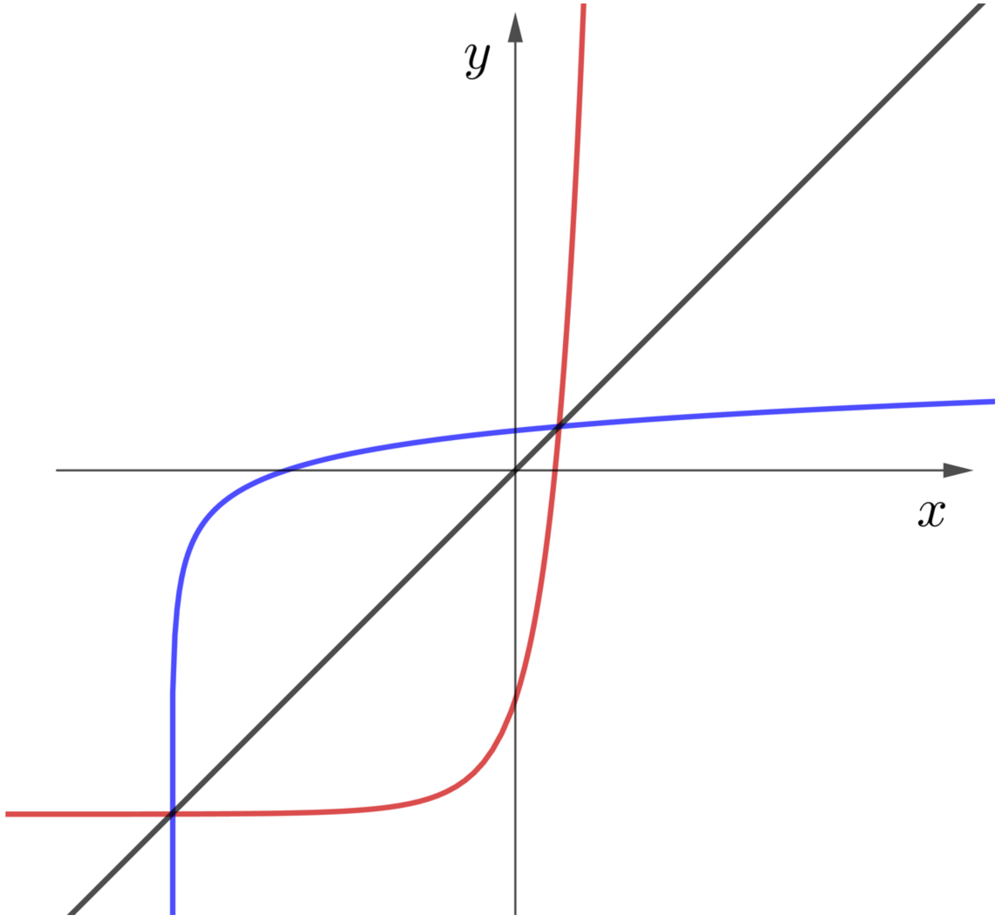
Suneung

$$\int_2^4 (2t+1)\ln t\,dt = \int_2^4 2t\ln t\,dt + \int_2^4 \ln t\,dt = \left[t^2\ln t\right]_2^4 - \left[\frac{t^2}{2}\right]_2^4 + [t\ln t]_2^4 - [t]_2^4$$

$$(16\ln 4 - 4\ln 2) - (8-2) + (4\ln 4 - 2\ln 2) - (4-2) = 20\ln 4 - 6\ln 2 - 8 = -8 + 34\ln 2$$

$$p = -8, q = 34 \rightarrow p + q = 26$$

Suneung



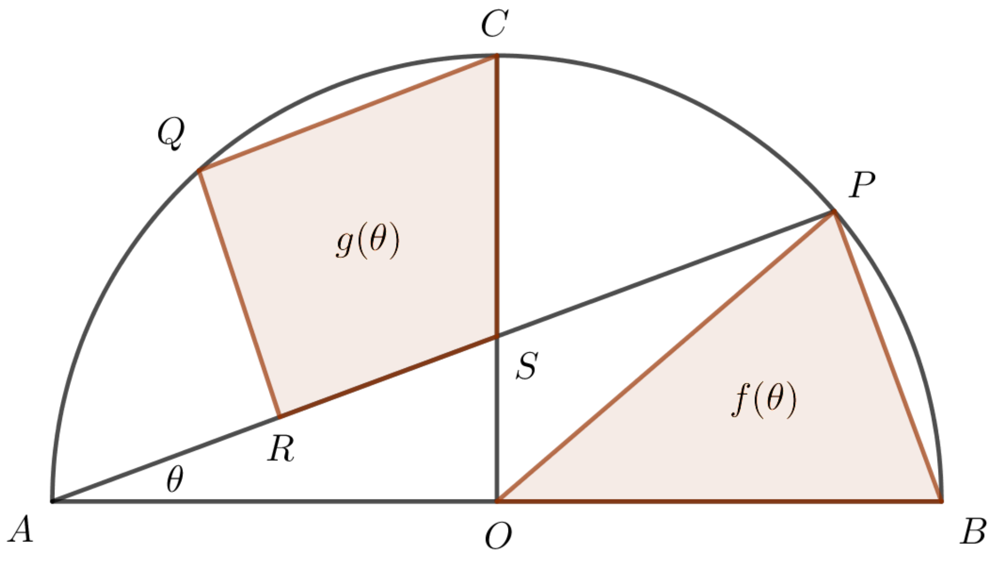
Suneung

Úloha 4

V půlkruhu s průměrem $|AB| = 2$ je dán čtyřúhelník $RSCQ$ a trojúhelník OBP tak, jak je uvedeno na obr. 1. Obsah trojúhelníku je $f(\theta)$ a obsah čtyřúhelníku je $g(\theta)$.

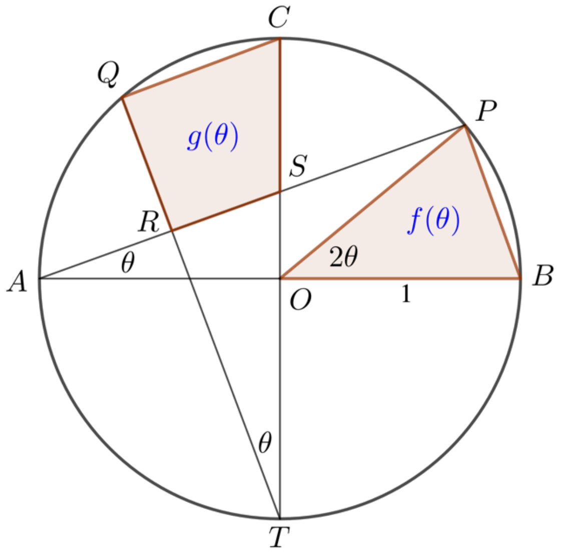
Vypočtěte $\lim\limits_{\theta \to 0+} \dfrac{3f(\theta) - 2g(\theta)}{\theta^2}$, je-li dáno $AO| = |OB|, |\angle CQR| = \dfrac{\pi}{2}, |\angle PAB| = \theta, |PB| = |CQ|$.

$[1, 2, 3, 4, 5]$



Obr. 1

Suneung



$$|\angle BOP| = 2\theta,\, f(\theta) = \frac{1}{2}\sin 2\theta = \sin\theta\cos\theta$$

$$\Delta\ ABP \cong \Delta TCQ \to S_{ABP} = S_{TCQ} = \sin 2\theta$$

$$g(\theta) = \sin 2\theta - S_{TSR}$$

$$|ST| = |SO| + |OT| = \operatorname{tg}\theta + 1$$

$$|SR| : |ST| = \sin\theta \to |SR| = |ST|\sin\theta = (\operatorname{tg}\theta + 1)\sin\theta$$

$$S_{STR} = \frac{1}{2}|SR|\cdot|ST|\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{1}{2}(1 + \operatorname{tg}\theta)\sin\theta(1 + \operatorname{tg}\theta)\cos\theta = \frac{1}{2}(1+\operatorname{tg}\theta)^2\sin\theta\cos\theta$$

$$g(\theta) = \sin 2\theta - \frac{1}{2}(\operatorname{tg}\theta + 1)^2\sin\theta\cos\theta = \frac{3}{2}\sin\theta\cos\theta - \frac{1}{2}\sin^2\theta(2 + \operatorname{tg}\theta)$$

$$\lim_{\theta\to 0^+}\frac{3f(\theta) - 2g(\theta)}{\theta^2} = \lim_{\theta\to 0^+}\frac{3\sin\theta\cos\theta - 3\sin\theta\cos\theta + \sin^2(2 + \operatorname{tg}\theta)}{\theta^2} = \lim_{\theta\to 0^+}\frac{\sin^2\theta(2 + \operatorname{tg}\theta)}{\theta^2} = 2$$

Suneung

Úloha 5
V aritmetické posloupnosti a_n s kladnými členy je diference posloupnosti rovna prvnímu členu.

Určete člen a_4, jestliže platí $\displaystyle\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{a_k}+\sqrt{a_{k+1}}} = 2.$ [6, 7, 8, 9, 10]

$$\frac{1}{\sqrt{a_k}+\sqrt{a_{k+1}}} = \frac{\sqrt{a_k}-\sqrt{a_{k+1}}}{a_k-a_{k+1}} = \frac{\sqrt{a_{k+1}}-\sqrt{a_k}}{a_{k+1}-a_k}$$

$$a_k = a_1 + (k-1)d = a_1 + (k-1)a_1 = ka_1$$
$$a_{k+1} = a_1 + kd = a_1 + ka_1 = (k+1)a_1$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_k}+\sqrt{a_{k+1}}} = \frac{\sqrt{(k+1)a_1}-\sqrt{ka_1}}{a_1} = \frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{a_1}}$$

$$\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{a_k}+\sqrt{a_{k+1}}} = \sum_{k=1}^{15} \frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{a_1}}$$

$$\sum_{k=1}^{15}\left(\sqrt{k+1}-\sqrt{k}\right) = 2\sqrt{a_1}$$

$$a_1 = \frac{9}{4}, a_4 = a_1 + 3a_1 = 9$$

$$(\sqrt{2}-\sqrt{1}) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \ldots + (\sqrt{15}-\sqrt{14}) + (\sqrt{16}-\sqrt{15}) = 2\sqrt{a_1}$$
$$-1 + 4 = 2\sqrt{a_1}$$

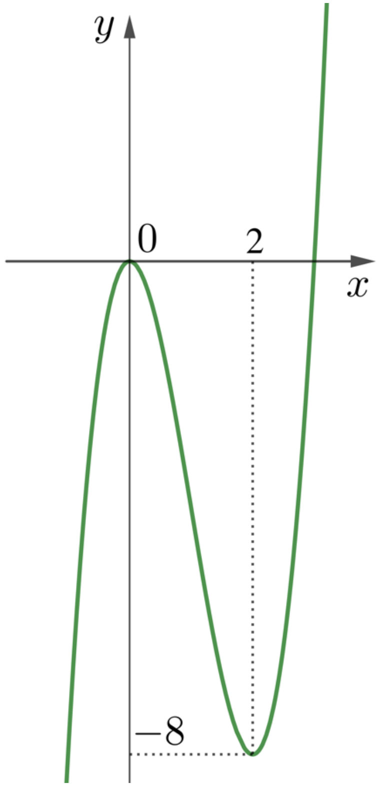
Suneung

Úloha 6

Pro která celá čísla k má rovnice $2x^3 - 6x^2 + k = 0$ dva kladné reálné kořeny?

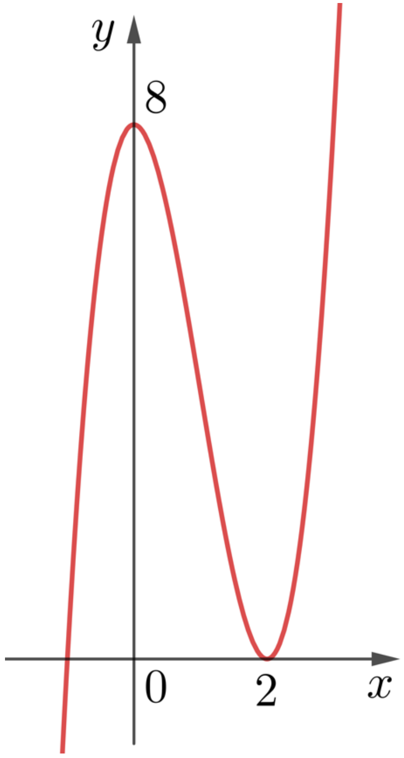
$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + k$$
$$f'(x) = 6x^2 - 12x = 6x(x-2)$$

$$k = 0$$
$$f(x) = 2x^3 - 6x^2$$



$$0 < k < 8$$

$$k = 8$$
$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 8$$



Suneung

Úloha 7

Je dána funkce $f(x) = a - \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,2x$. V intervalu $\left\langle -\frac{\pi}{6}; b \right\rangle$ je největší hodnota funkce 7 a nejmenší hodnota 3. Určete hodnotu součinu $a \cdot b$.

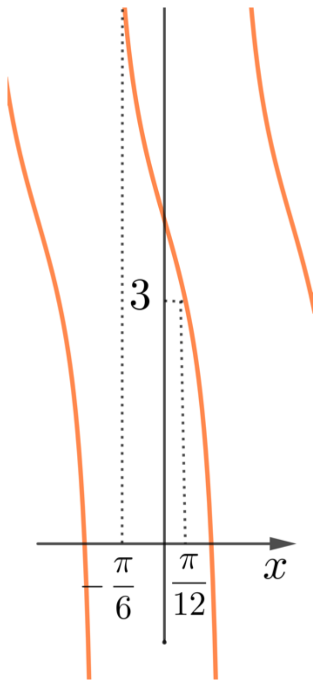
$$f'(x) = -\frac{2\sqrt{3}}{\cos^2 2x} < 0 \rightarrow f \text{ je klesající}, x \neq \frac{\pi}{4}$$

$$f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = a - \sqrt{3}\mathrm{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = a + 3 = 7 \rightarrow a = 4$$

$$f(x) = 4 - \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,2x$$

$$f(b) = 4 - \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,2b = 3 \rightarrow \mathrm{tg}\,2b = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$2b = \frac{\pi}{6} \rightarrow b = \frac{\pi}{12} \rightarrow a \cdot b = 4 \cdot \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$$



Suneung

Úloha 8

Funkce $f(x)$ je spojitá v $\mathbb{R}$ a pro $n-1 \leq x \leq n$ je $|f(x)| = |6(x-n+1)(x-n)|, n \in \mathbb{N}$.

Pro funkci $g(x)$ definovanou v intervalu $(0;4)$ platí $g(x) = \int_0^x f(t)\,dt - \int_x^4 f(t)\,dt$,

minimální hodnotu 0 má v bodě $x=2$.

Jaká je hodnota $\int_{\frac{1}{2}}^{4} f(x)\,dx$?

$$\left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right]$$

Suneung

Úloha 9

Vypočtěte $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-2}+3x}{x+5}$.

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2-2}+3x}{x+5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{1-\frac{2}{x^2}}+3}{1+\frac{5}{x}} = 4$$

$[1, 2, 3, 4, 5]$

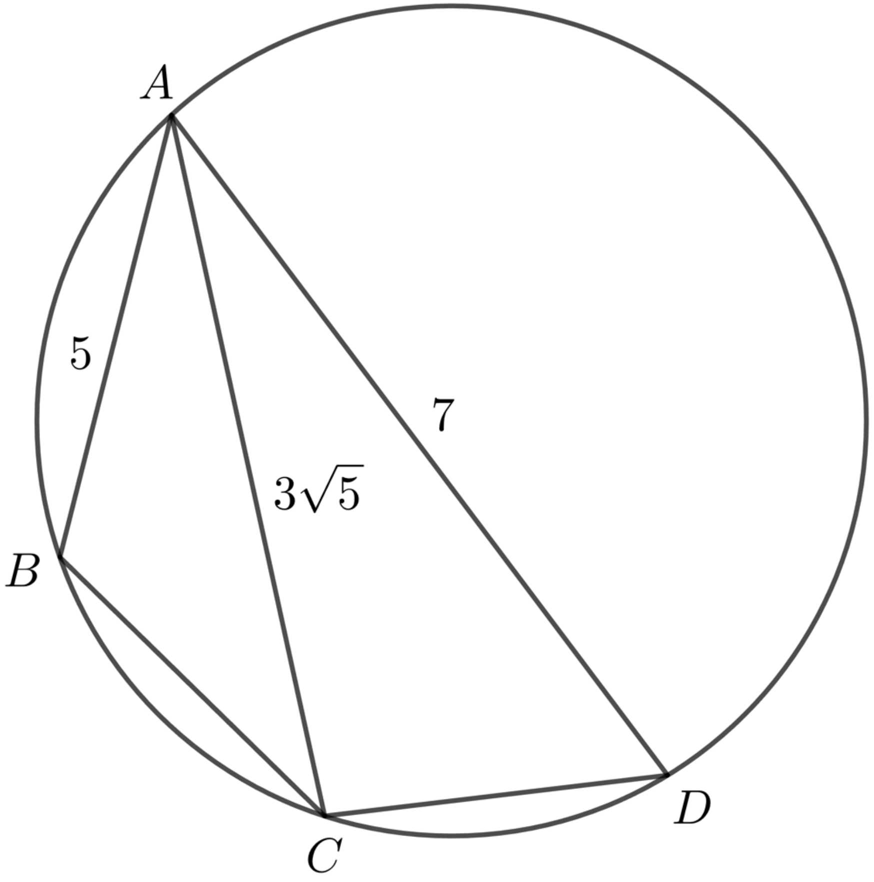
$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2-2}+3x}{x+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x+5} + \lim_{x\to\infty} \frac{3x}{x+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x+5} + 3$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} = \lim_{x\to\infty} \sqrt{\frac{x^2-2+2}{x^2-2}} = 1$$

Suneung

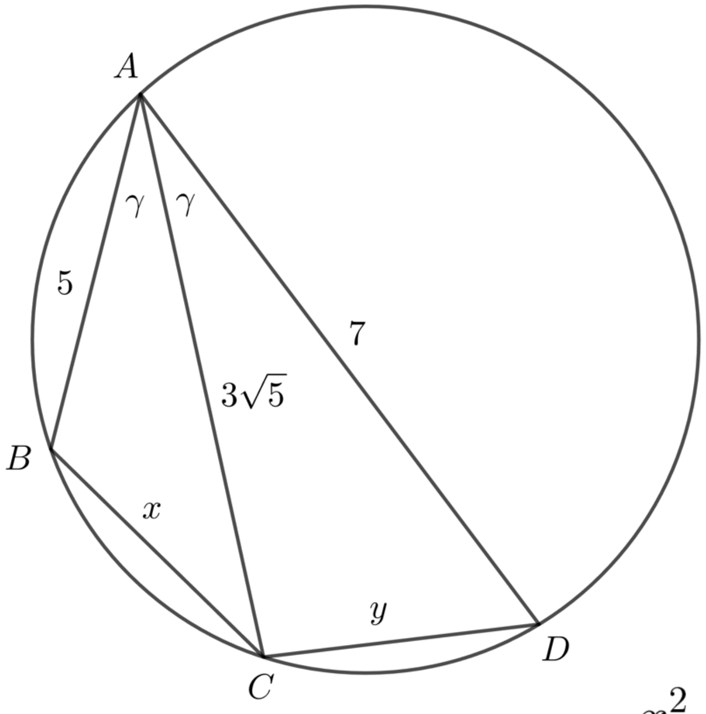
Úloha 10
Do kruhu je vepsán čtyřúhelník $ABCD$
tak, jak je uvedeno na obr. 1.
Určete poloměr kruhu, je-li dáno:
$|AB| = 5, |AC| = 3\sqrt{5}, |AD| = 7, |\angle BAC| = |\angle CAD|.$

$$\left[\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{8\sqrt{5}}{5}, \frac{5\sqrt{5}}{3}, \frac{8\sqrt{2}}{3}, \frac{9\sqrt{3}}{4}\right]$$



$Obr.1$

Suneung



Obr.1

$$\frac{1}{2}ab\sin\gamma = \frac{abc}{4r} \rightarrow r = \frac{c}{2\sin\gamma}$$

$$x^2 = 25 + 45 - 30\sqrt{5}\cos\gamma = 70 - 30\sqrt{5}\cos\gamma$$
$$y^2 = 45 + 49 - 42\sqrt{5}\cos\gamma = 94 - 42\sqrt{5}\cos\gamma$$

$$70 - 30\sqrt{5}\cos\gamma = 94 - 42\sqrt{5}\cos\gamma$$
$$12\sqrt{5}\cos\gamma = 24 \rightarrow \cos\gamma = \frac{2}{\sqrt{5}} \rightarrow \sin\gamma = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$x^2 = 70 - 30\sqrt{5}\cos\gamma = 70 - 30\sqrt{5}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}} = 70 - 60 = 10 \rightarrow x = \sqrt{10}$$

$$r = \frac{x}{2\sin\gamma} = \frac{\sqrt{10}}{2\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{50}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Suneung

A+	95-100 %
NA	90-96 %
B+	85-90 %
B	80-85 %
C+	75-80 %
C	70-75 %
D+	65-70 %
D	60-65 %
F	<60 %

Relativní známka: známka závisí na výsledku spolužáků, ti s nejvyšším skóre dostanou A + a ostatní se s nimi porovnají

https://cs.wikiital.com/wiki/Istruzione_in_Corea_del_Sud#Istruzione_secondaria